Funzioni

$f : A \to B \qquad A, B \subseteq \mathbb{R}$

$\forall x \in A \quad \exists!\, y \in B \; : \; f(x) = y$

esplicita $\quad y = \dfrac{x^3 - 4x^2}{x + \sqrt{\log \operatorname{sen} x}}$ $\quad$ espressione analitica

$y = f(x)$

implicita $\quad xy - x^2 + 4 = 0$

$F(x, y) = 0$

le coppie $(x, f(x)) \to (x, y) \leftarrow P$ punto generico

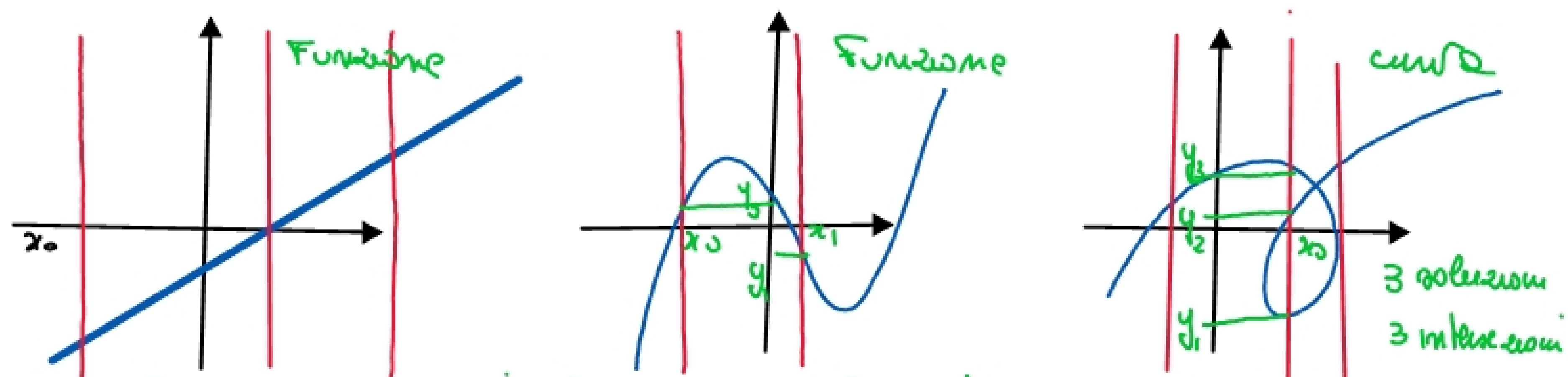
$(x, f(x)) \to (x, y) \to P \to$ luogo geometrico

$\downarrow$

nel piano cartesiano ha il suo "supporto grafico" (disegno)

considero la retta

$x = x_0 \quad \forall x_0 \in \mathbb{R}$



Funzione se vi è una sola intersezione $\to$ IMMAGINE

ANALITICAMENTE

FORMA IMPLICITA

$$3y^3 - x^2 + x - 2 = 0$$

FORMA ESPLICITA

$$y^3 = \frac{x^2 - x + 2}{3}$$

$$\Downarrow$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{x^2 - x + 2}{3}}$$

FUNZIONE

$$3y^2 - 2x + 4 = 0$$

$$y^2 = \frac{2x - 4}{3}$$

$$y = \pm\sqrt{\frac{2x - 4}{3}}$$

ad un valore di x, corrispondono 2 valori di y

$\Downarrow$

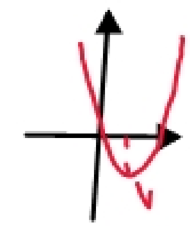
non è una funzione

CONICHE $\rightarrow$ equazioni di 2° grado in 2 variabili

FUNZIONE

PARABOLA asse verticale $y = ax^2 + bx + c$

$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$



CURVE

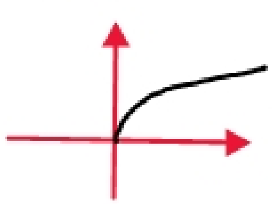
ELLISSE $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$a > b$ $V_1(-a, 0)$ $V_2(+a, 0)$ $F_{1,2}(\pm c, 0)$

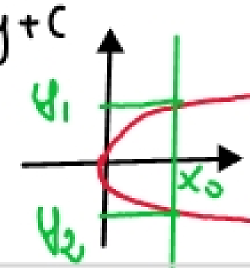
IPERBOLE $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$

CIRCONFERENZA $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

PARABOLA asse orizzontale $x = ay^2 + by + c$



es: $y = \sqrt{x}$ si $\rightarrow$ $x = y^2$



ELLISSE

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

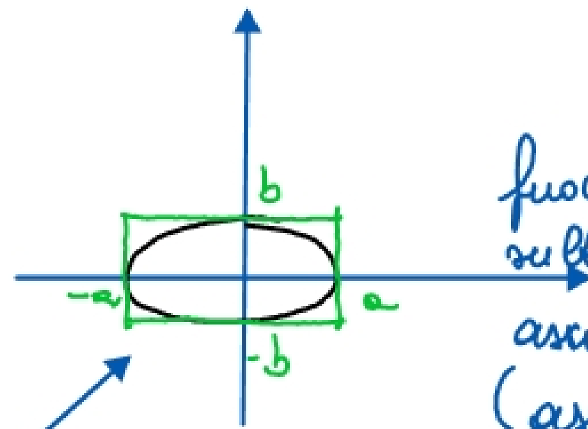
$V_{1,2} = (\pm a, 0)$ intersezione asse delle ascisse

$V_{3,4} = (0, \pm b)$ intersezione asse delle ordinate

$F_{1,2}\ (\pm c, 0)$ primo caso

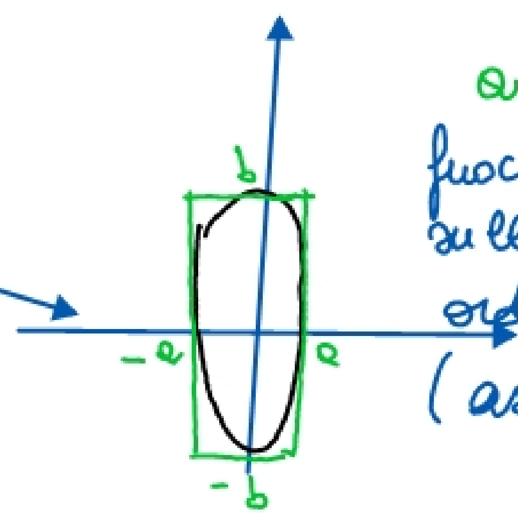
$F_{3,4}\ (0, \pm c)$ secondo caso

$$c = \sqrt{|a^2 - b^2|}$$



$a > b$

fuochi sono sull' asse delle ascisse (asse maggiore)



$a < b$

fuochi sono sull' asse delle ordinate (asse maggiore)

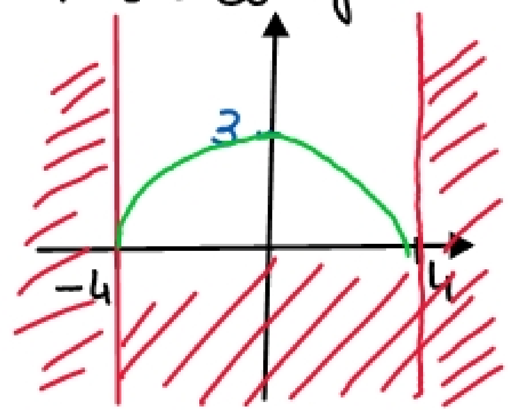
$$y = 3\underbrace{\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}}_{+}$$

funzione

dominio $\quad 1-\frac{x^2}{16} \geq 0$

$-4 \leq x \leq 4$

segno $\quad y \geq 0 \quad \forall x \in \text{dom} f$



$$\frac{y}{3} = \sqrt{1-\frac{x^2}{16}}$$

$$\frac{y^2}{9} = 1-\frac{x^2}{16}$$

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9} = 1$$

ellisse di cui traccio il ramo posto nella parte di piano positiva delle y

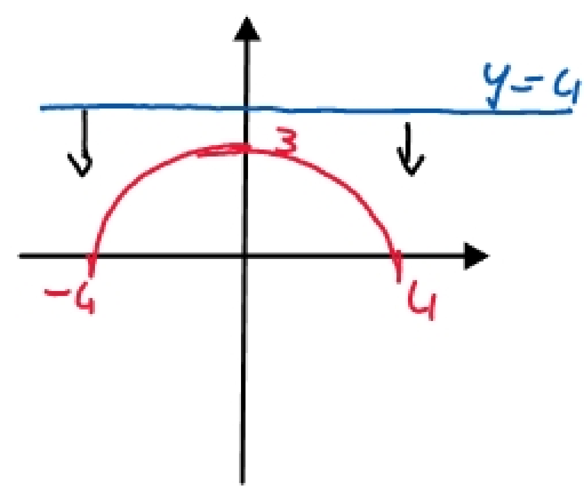
$3\sqrt{1-\frac{x^2}{16}} < 4$ disequazione irrazionale

$\downarrow$ intersezione di 2 funzioni

$\downarrow$ si procede con la rappresentazione

$y = 3\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}$

$y = 4$



¿ RAMO DELL'ELLISSE < RETTA ?

per quali valori di x ?

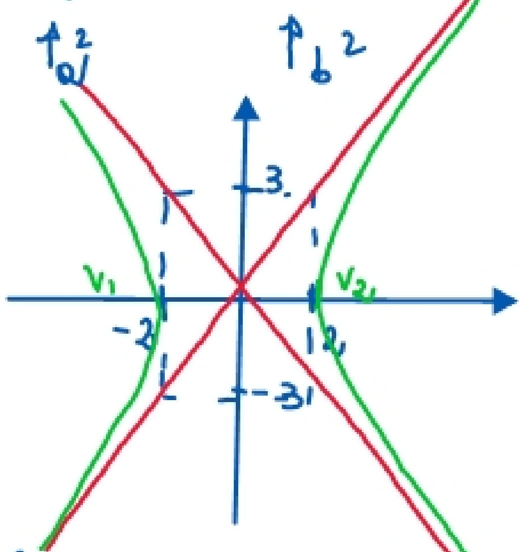
$\Rightarrow$ per tutti i valori di $x \in$ dominio $\quad -4 \le x \le 4$

IPERBOLI

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$\uparrow a^2 \qquad \uparrow b^2$

$y = \frac{3}{2}x$



$y = -\frac{3}{2}x$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y^2 = -9 \end{cases} \quad \text{IMP.}$$

no intersezioni asse ordinate

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

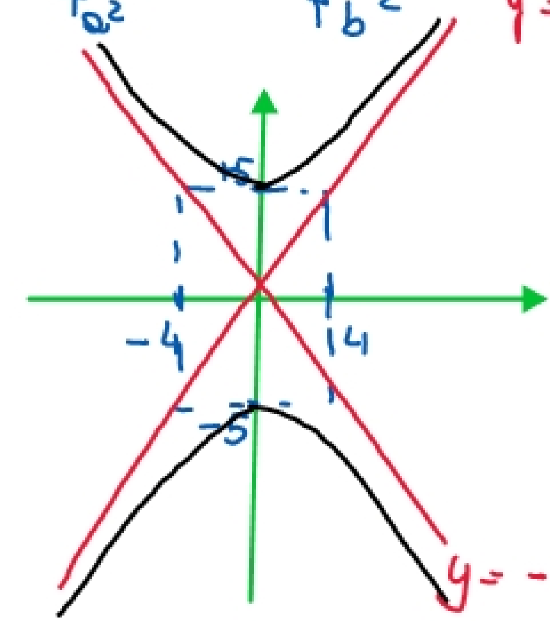
ASINTOTI

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = -1$$

$\uparrow a^2 \qquad \uparrow b^2$

$y = \frac{5}{4}x$



$y = -\frac{5}{4}x$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \pm 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x^2 = -16 \end{cases} \quad \text{IMP.}$$

FUOCHI $\quad c = \sqrt{a^2+b^2}$

CIRCONFERENZA

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

CENTRO $\quad (\alpha, \beta) \to \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$

$$R=\sqrt{\alpha^2+\beta^2-c}$$

es: $\quad \frac{2x^2+2y^2-7x-4}{2}=\frac{0}{2} \to$ FORMA NORMALE

$$x^2+y^2-\frac{7}{2}x-2=0$$

$$C\left(+\frac{7}{4}, 0\right)$$

$$R=\sqrt{\frac{49}{16}+2}>0 \quad \text{esiste}$$

quantità sotto radice (radicando) > 0

$\sqrt{-x^2+4x+2} > x$ disequazione irrazionale

circonferenza — bisettrice

↓ ricerca delle soluzioni

Rappresentazione grafica

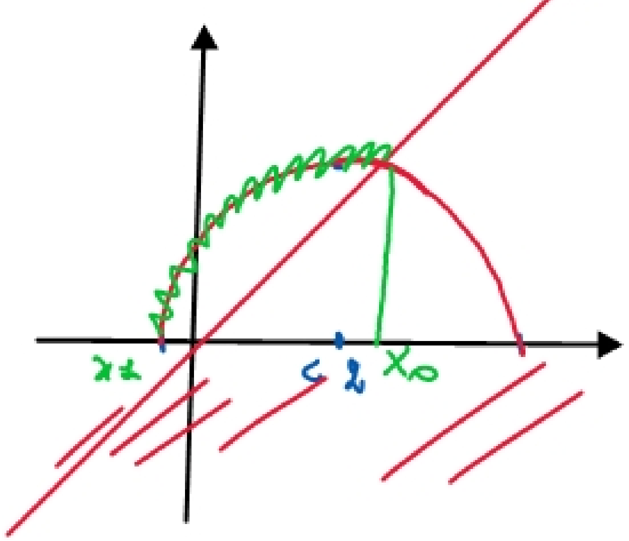
$y = \sqrt{-x^2+4x+2}$ $\quad y \geq 0$

$y^2 = -x^2+4x+2$

forma implicita $\quad x^2+y^2-4x-2=0$

$C(2,0)$

$R = \sqrt{4+2} = \sqrt{6} \qquad 2 < \sqrt{6} < 3$



(nnn) soddisfa la disequazione

soluzione $\quad x_1 < x < x_0$

① calcolare x_1 → intersezione della circonferenza con l'asse delle ascisse

$$y = \sqrt{-x^2+4x+2}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ -x^2+4x+2=0 \end{cases}$$

$$x^2-4x-2=0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+2}}{1} = 2 \pm \sqrt{6}$$

$$x_1 = 2-\sqrt{6}$$

② intersezione

$$\sqrt{-x^2+4x+2} = x$$

$$-x^2+4x+2 = x^2$$

$$2x^2-4x-2=0$$

$$x^2-2x-1=0$$

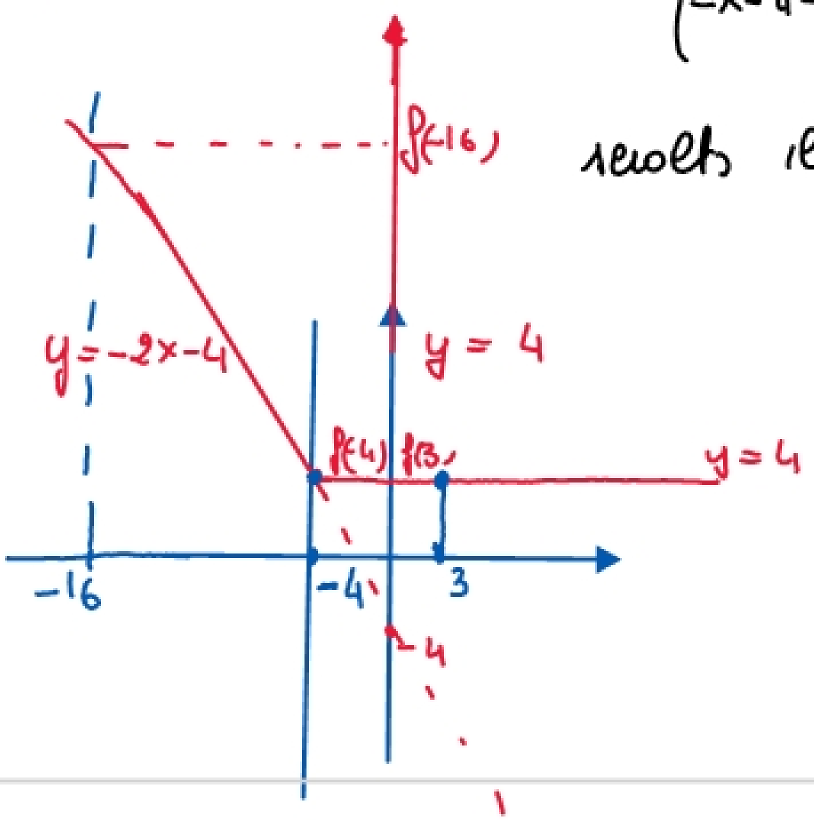
$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+1} = 1 \pm \sqrt{2} \rightarrow x_0 = 1+\sqrt{2}$$

- considera la funzione f rappresentata dall'espressione

$$y = |x+4| - x$$

Determina il dominio, il codominio, le immagini di (-16), (-4), 3 e le controimmagini di (0), (5), (8)

$$y = |x+4| - x = \begin{cases} x+4-x = 4 & x \geq -4 \\ -x-4-x = -2x-4 & x < -4 \end{cases}$$



risolvo il modulo

$\lvert x+4 \rvert \to$	$x+4 \geq 0$	$x \geq -4$
	$x+4 < 0$	$x < -4$

IMMAGINI

$f(-16) = |-16+4| - (-16) = 16 + 12 = 28$ si sostituisce nella espressione generale

$= -2(-16) - 4 = +28$ si sostituisce nella espressione parziale

$f(4) = +4$

$f(3) = +4$

CONTROIMMAGINI

$y = |x+4| - x$

$0 = |x+4| - x$ - - -

$x = |x+4|$

$x^2 = x^2 + 16 + 8x$ - -

• Si consideri la funzione $f(x) = \frac{1}{x^2+4x+3K-1}$.

(1) Determinare i valori di K in modo che il dominio della funzione sia $\mathbb{R}$.

(2) Determinare K in modo che il dominio sia $\mathbb{R} - \{a\}$, con $a \in \mathbb{R}$

(1) dominio : denominatore $\neq 0$

$$x^2 + 4x + (3K-1) \neq 0$$

non devono esistere valori di x che azzerino il polinomio $\Rightarrow$ $\Delta < 0$ $\quad \frac{\Delta}{4} < 0$

$$\frac{\Delta}{4} = 4 - 3K + 1 < 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{k > \frac{5}{3}}$$

(2) polinomio di 2° grado:

$$\begin{cases} \Delta = 0 \\ x \neq a \end{cases} \rightarrow K = 5/3$$

sostituendo

$$\begin{cases} x^2 + 4\cancel{x} + 3k - 1 = 0 \\ \text{con} \quad K = \frac{5}{3} \\ \qquad x = a \end{cases}$$

$$a^2 + 4a + 5 - 1 = 0$$

$$a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \implies \boxed{a = -2}$$