Funzioni

$y = mx + q$

m → coefficiente angolare

q → Intersezione con l'asse delle ordinate

$ax + by + c = 0$ retta lineare 1° grado

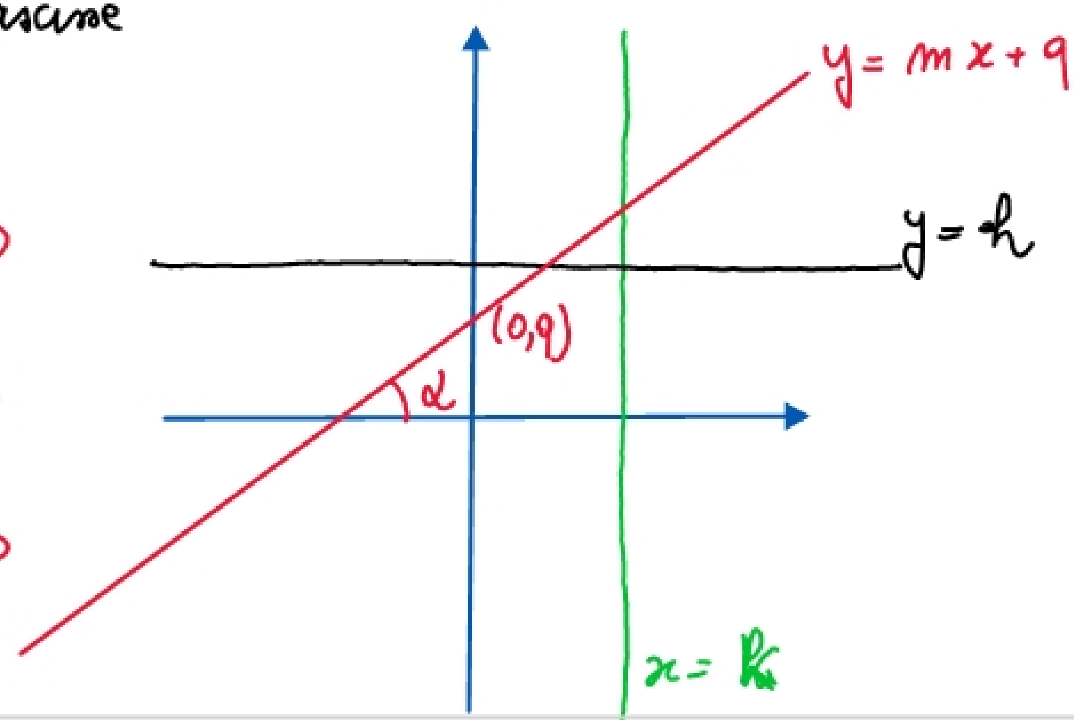
$x = k$

retta // asse ordinate

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\,\alpha$

$y = h$

retta // asse delle ascisse



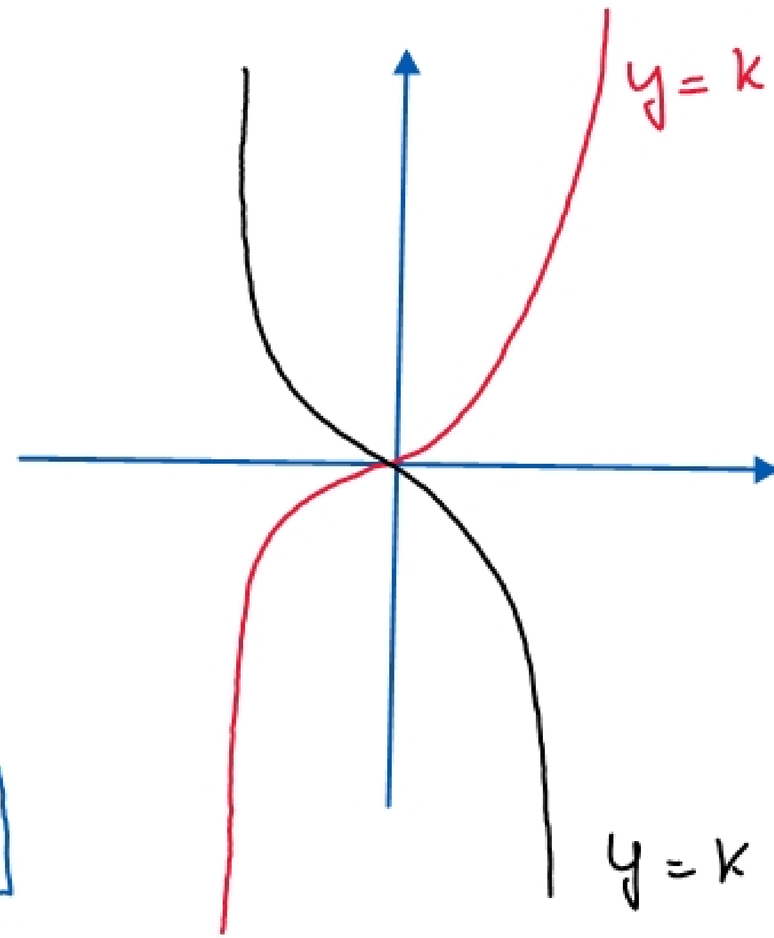
$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ $\quad m > 0$

$\alpha = 0$ $\quad m = 0$

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ $\quad m < 0$

2° (ordine) grado in x → parabola $y = ax^2 + bx + c$

3° grado in x → $y = k x^3$ $k > 0$



funzioni dispari

simmetriche rispetto

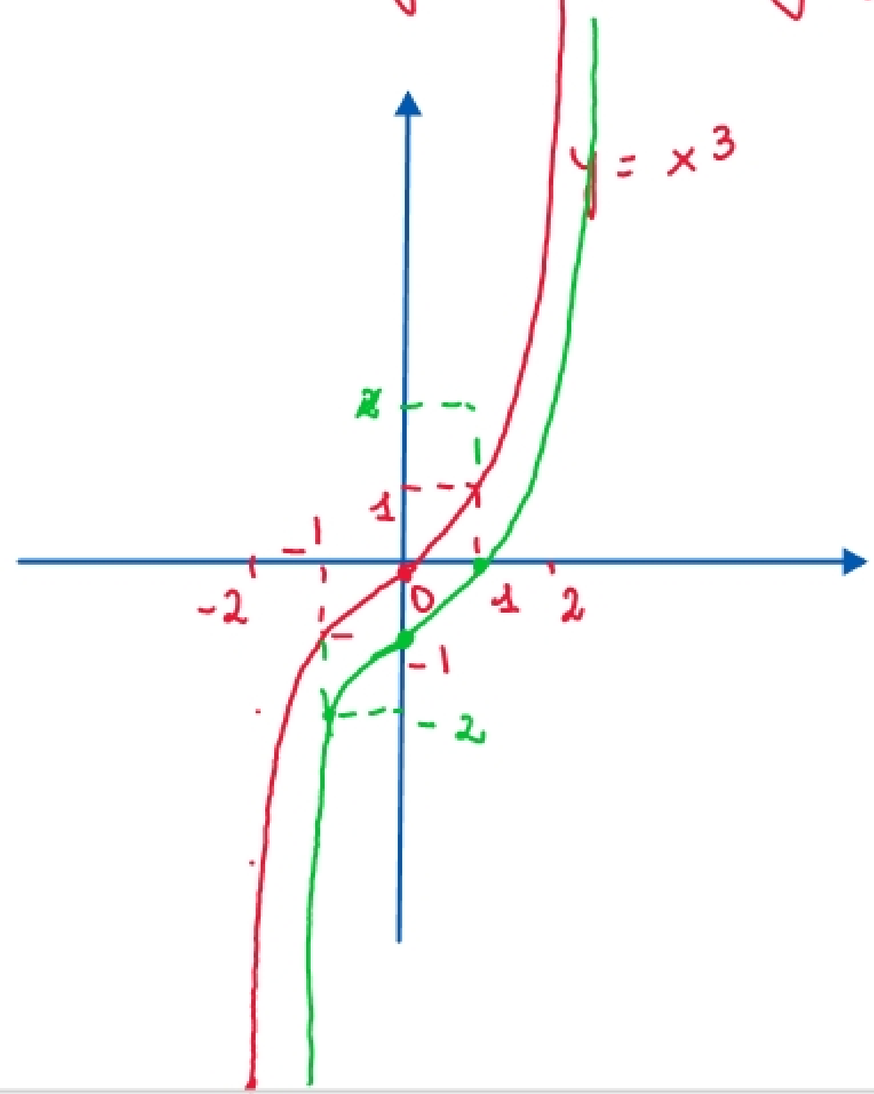
all'origine

$[\, f(-x) = -f(x) \,]$

$y = x^3 - 1$

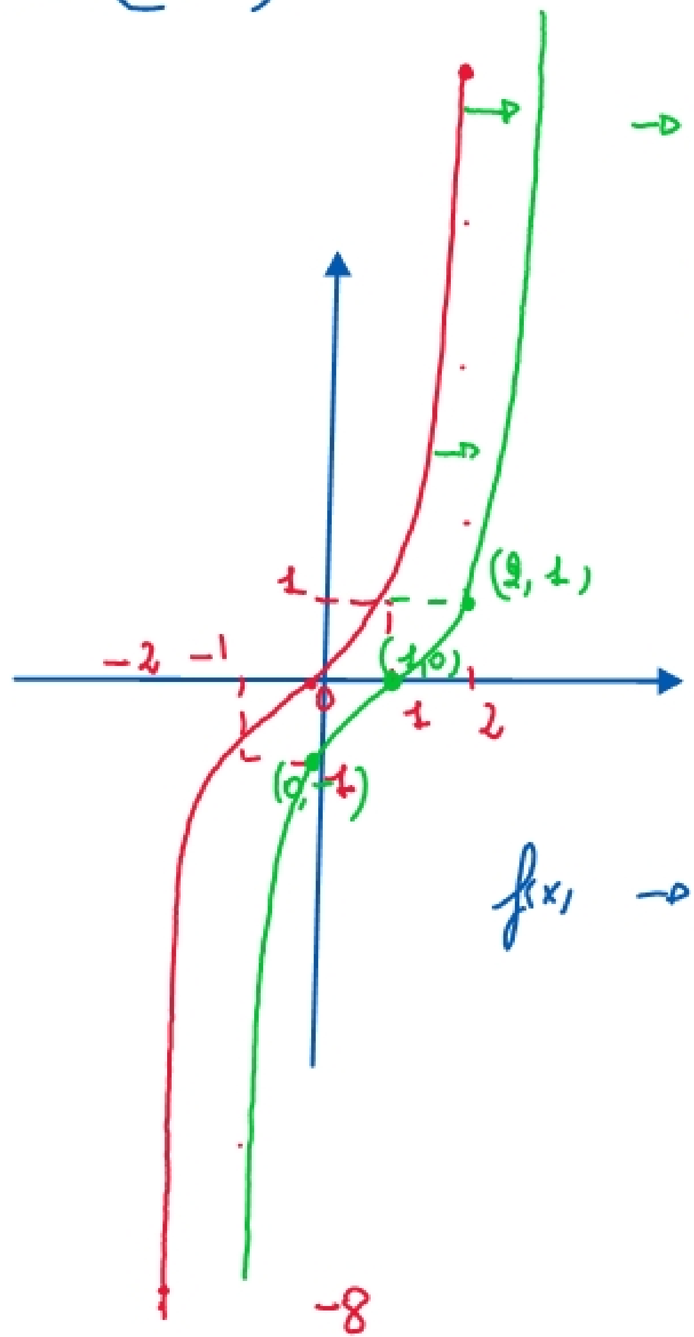
Traslazione della funzione elementare ovvero del suo grafico di una quantità K

$f(x) \to f(x) + K$



$$y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$



→ Traslazione verso destra della curva tracciata

$$f(x) \to f(x+k)$$

Traslazione dx sx

$k > 0$ sinistra

$k < 0$ destra

FUNZIONE ESPONENZIALE

$y = a^x$ dominio $\forall x \in R$

codominio $\forall y \in R_0^+$

base > 0 $\neq 1$ $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$

$a^0 = 1$ $\forall a > 0$ $a \neq 1$

$a^1 = a$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $2^x \cdot 2^{\frac{x}{2}} = 2^{x+\frac{x}{2}} = 2^{\frac{3}{2}x}$

$a^m : a^n = a^{m-n}$ $2^x : 2^{\sqrt{x}} = 2^{x-\sqrt{x}}$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(2^x)^{x+5} = 2^{x(x+5)}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

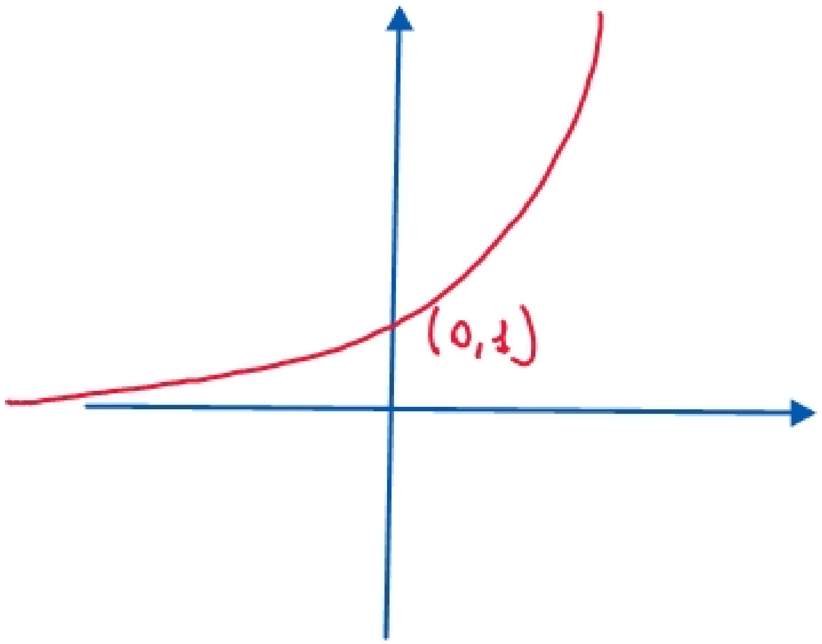
$$2^x \cdot 3^x = (2 \cdot 3)^x =$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

$$2^x : 3^x =$$

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

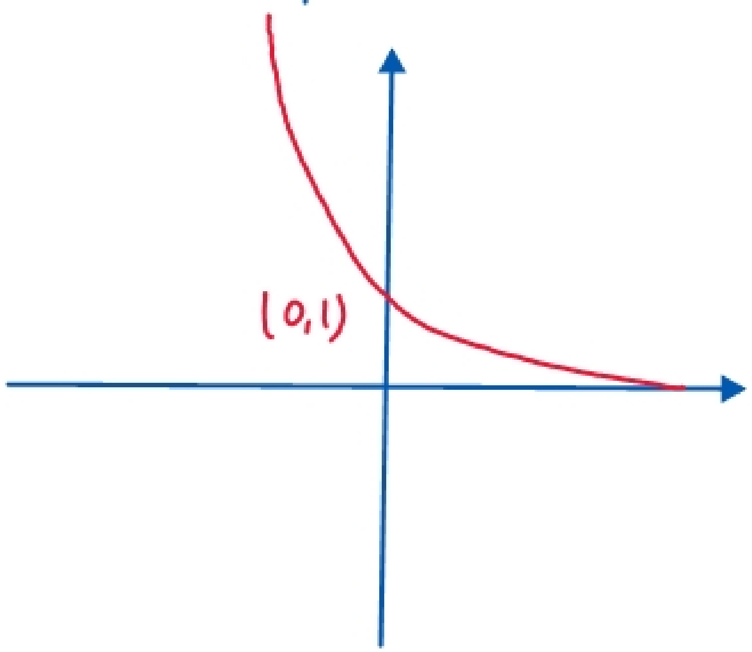


$y = a^x \qquad a > 1$

crescente
limitata inferiormente
(0, 1)
positiva

$y = 2^x$

x	y
0	1
1	$2^1 = 2$
2	$2^2 = 4$
-1	1/2
-2	1/4



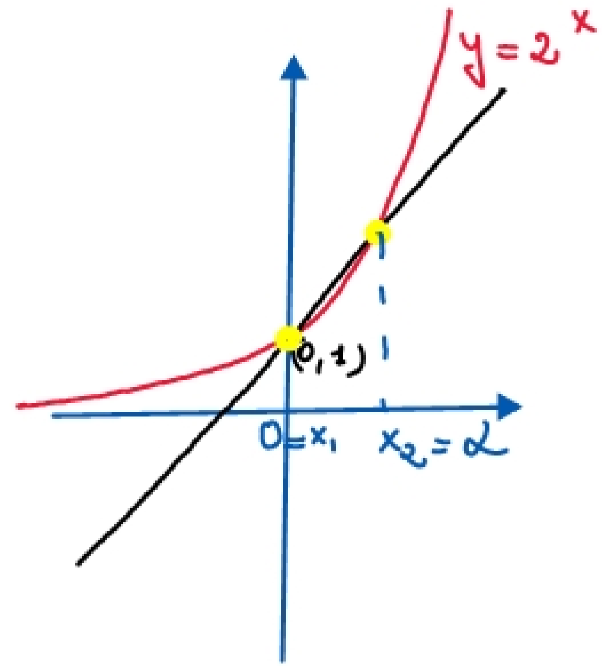
$y = a^x \quad 0 < a < 1$

decrescente
limitata inferiormente
(0, 1)
positiva

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	y
-2	4
-1	2
0	1
+1	1/2
+2	1/4

$2^x = x+1$ $\qquad$ $2^x > x+1$



$y = 2^x$

2 grafici

$y = x+1$ $\qquad$ // $y = x$

vi sono 2 punti di intersezione

$x_1 = 0$

$x_2 = \alpha > 0$

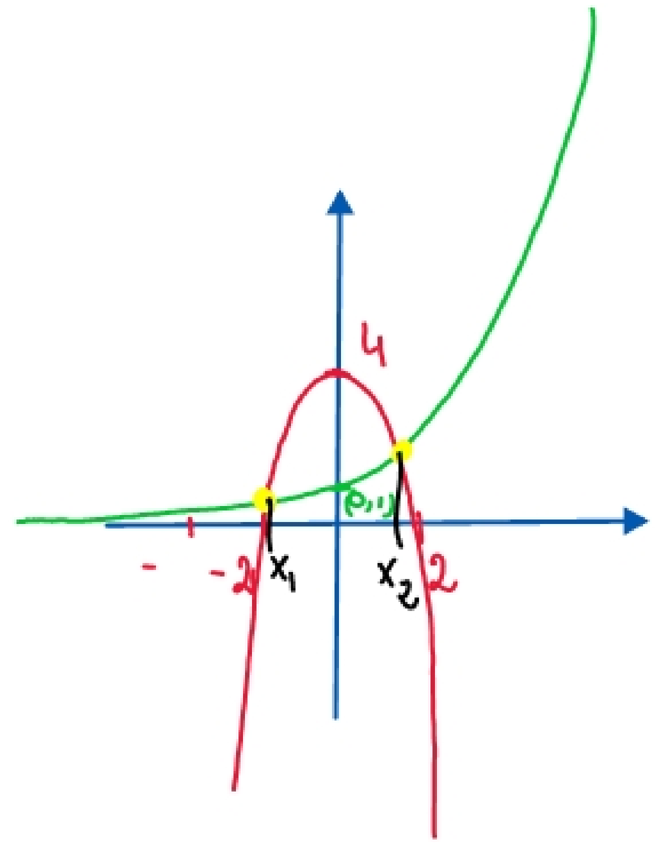
$2^x > x+1$ $\qquad$ "gli intervalli per cui l'esponenziale stia al di sopra della retta"

$x < 0 \quad \cup \quad x > \alpha$

$x^2 + 2^x > 4$

$2^x > -x^2 + 4$

isolato l'esponenziale procedo per via grafica



$y = 2^x$

$y = -x^2 + 4$ parabola di vertice

$V(0,4)$

interseca l'asse delle ascisse in $(-2,0)$ $(2,0)$

$x_1 < 0$, $x_2 > 0$ $\Rightarrow$ soluzione

$x < x_1 \cup x > x_2$

$\downarrow$

$-2 < x_1 < 0$

$\downarrow$

$0 < x_2 < 2$

FUNZIONI LOGARITMICHE

$y = a^x \longrightarrow x = \log_a y$

$x \in R$ valore del logaritmo

$a > 0 \quad a \neq 1$ base

$y \in R_0^+$ valore argomento

funzione $y = \log_a x$

dominio R_0^+ $(Arg > 0)$

codominio R

PROPRIETÀ

$\log_a 1 = 0 \qquad [\, a^0 = 1 \,]$

$\log_a a = 1 \qquad [\, a^1 = a \,]$

$a > 0$, $a \neq 1$

$x > 0$ $\qquad \log_a x + \log_a y = \log_a x \cdot y$

$y > 0$

somme di logaritmi con le stesse base $\Rightarrow$ un solo logaritmo con argomento il prodotto degli argomenti

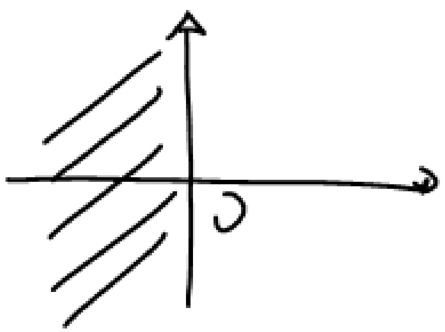
es: $y = \log_3 x + \log_3 (x+1) = \log_3 [x(x+1)]$

dominio

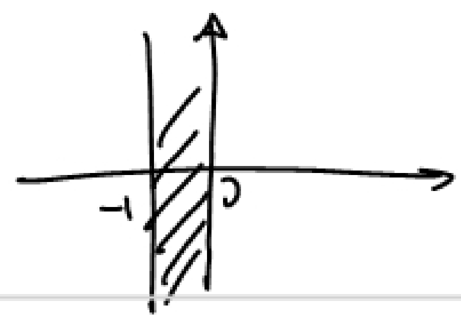
$\begin{cases} x > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0$

$x(x+1) > 0$

$x < -1 \cup x > 0$



i domini sono diversi



$$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$$

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_3 x^2 \neq 2 \log_3 x$$

$$\log_3^2 x \neq \log_3 x^2$$

CAMBIAMENTO DI BASE

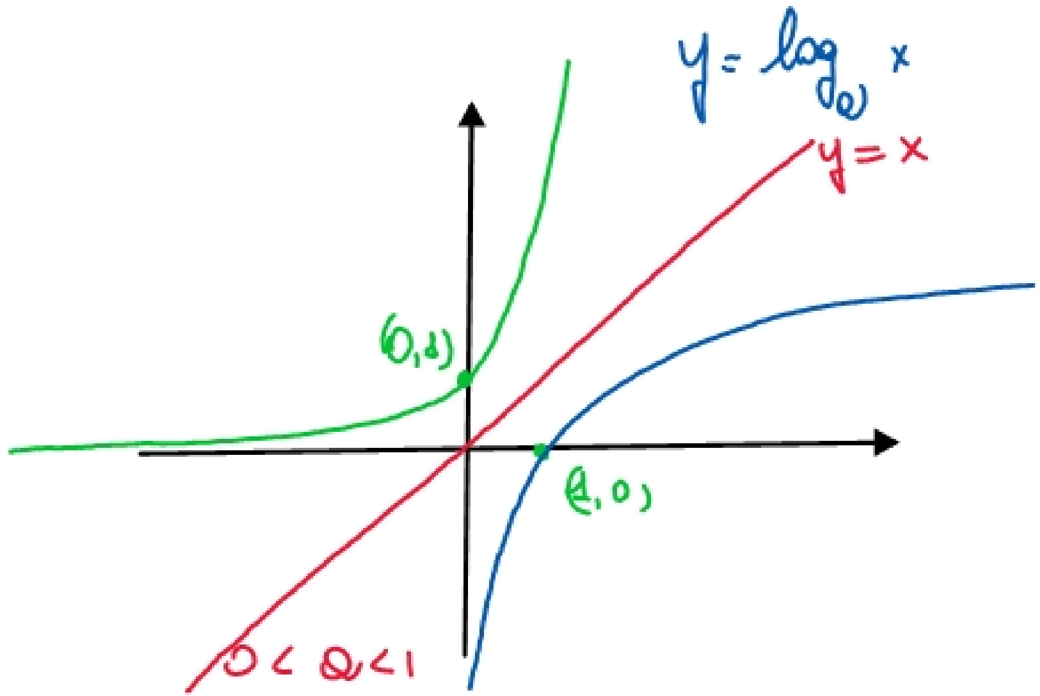
$$\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

grafici

$y = a^x$

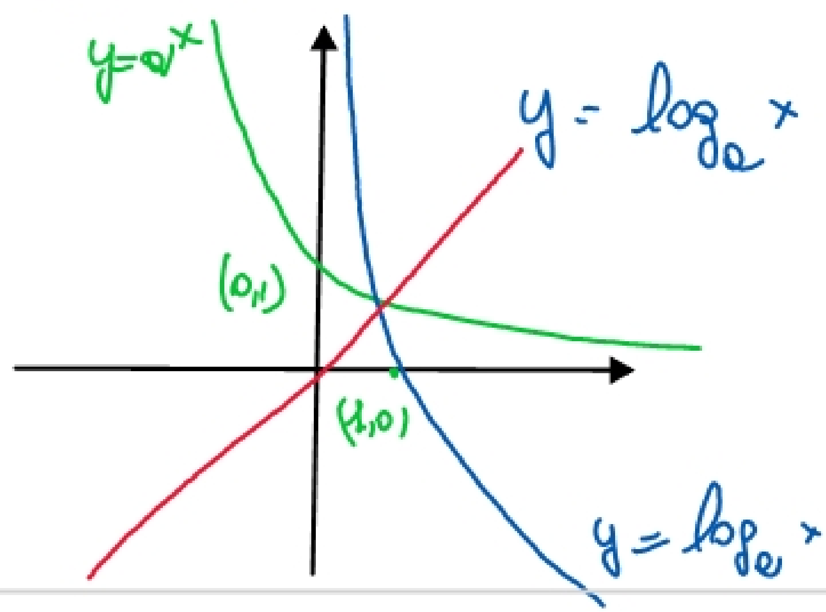
$a > 0 \quad a \neq 1$



SIMMETRIA RISPETTO LA BISETTRICE DEL I° - III° quadrante

$0 < a < 1$

$y = a^x$

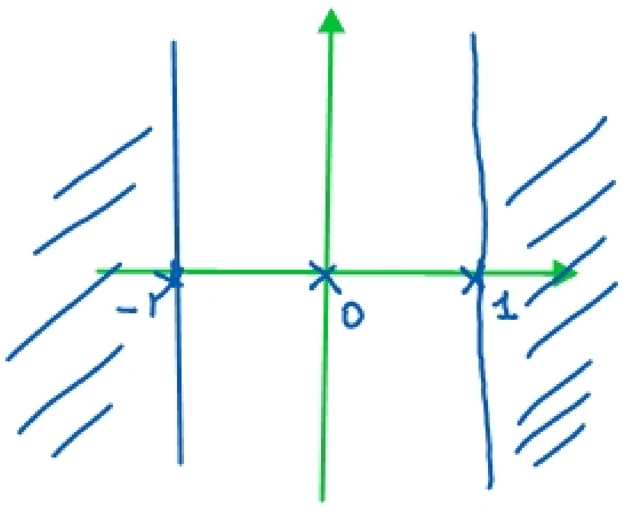


• Tracciare il grafico della funzione

$$y = (1-x^2)^{\frac{x}{\log_2(1-x^2)}}$$

base: $\begin{cases} 1-x^2 > 0 \\ 1-x^2 \neq 1 \end{cases}$ $\longleftarrow$ $\log_2$ $\begin{cases} 1-x^2 > 0 \\ \log_2(1-x^2) \neq 0 \iff 1-x^2 \neq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} -1 < x < 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$



TRASFORMAZIONE

passaggio all'esponenziale

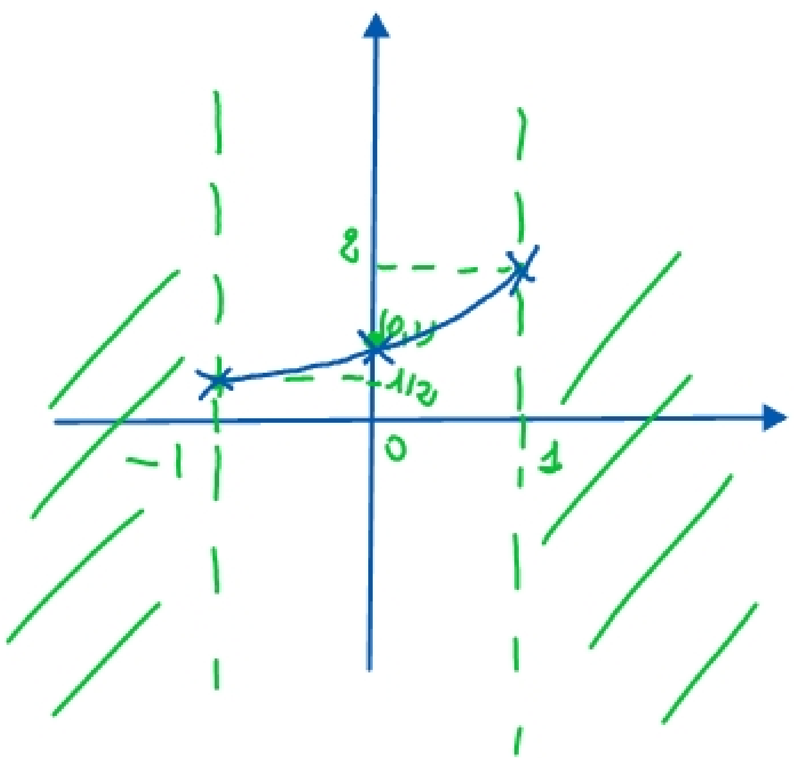
$$x \longrightarrow a^{\log_a x}$$

$$y = (1-x^2)^{\frac{x}{\log_2(1-x^2)}} = 2^{\log_2\left[(1-x^2)^{\frac{x}{\log_2(1-x^2)}}\right]} =$$

$$= 2^{\frac{x}{\cancel{\log_2(1-x^2)}} \cdot \cancel{\log_2(1-x^2)}} = 2^x$$

$2^{-1} = 1/2$

$2^1 = 2$



Ramo di esponenziale

· Tracciare il grafico della funzione

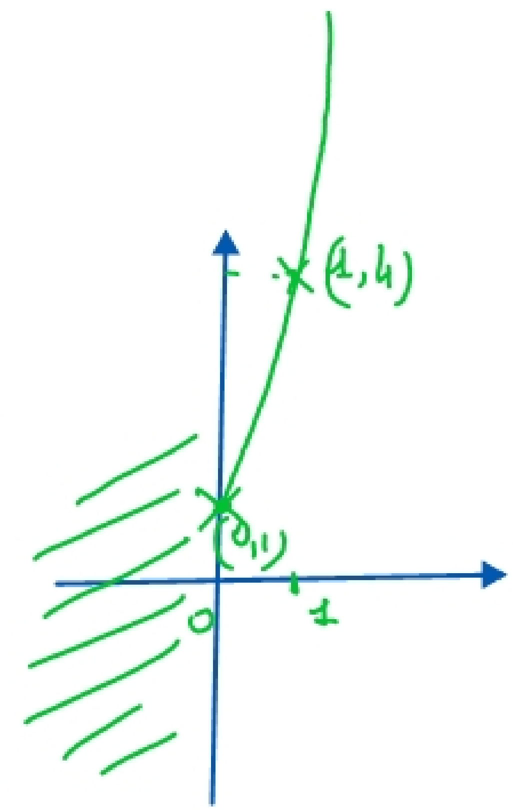
$$y = x^{\frac{x+|x|}{\log_2 x}}$$

dominio $x>0$, $x \neq 1$

$$y = x^{\frac{x+|x|}{\log_2 x}} = 2^{\log_2 x^{\frac{x+|x|}{\log_2 x}}} =$$

$$= 2^{\frac{x+|x|}{\log_2 x} \cdot \log_2 x} =$$

$$= 2^{x+|x|} = \begin{cases} 2^{2x} & x \geq 0 \qquad x>0 \\ 2^{x-x} = 1 & x<0 \qquad (\text{NO!}) \end{cases}$$



Funzione

DOMINI $\Rightarrow$ CONDIZIONI

		DOMINIO	CONDIZIONE
$y = p(x)$	polinomi	$\mathbb{R}$	no
$y = \dfrac{N(x)}{D(x)}$	frazionarie		$D(x) \neq 0$
$y = \sqrt[2n+1]{f(x)}$	irrazionale ed indice dispari		$\forall x$
$y = \sqrt[2n]{f(x)}$	irrazionale ad indice pari		$f(x) \geq 0$
$y = f(x)^{g(x)}$	esponenziale		$f(x) > 0 \quad f(x) \neq 1$
$y = \log_{f(x)} g(x)$	logaritmica		$f(x) > 0$, $f(x) \neq 1$ $\quad g(x) > 0$