lez 24

e^{h}

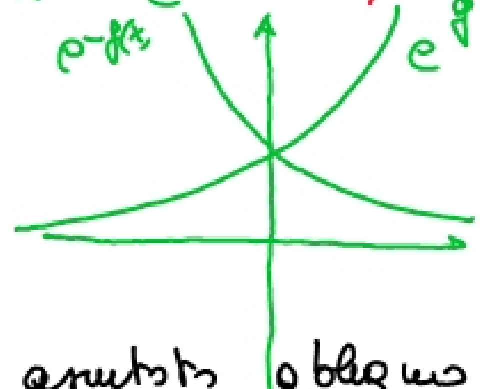
- $y = x^2 e^{\frac{|x|-1}{x}}$

dom $\quad x \neq 0$

simmetrie $\quad f(-x) = (-x)^2 e^{\frac{|-x|-1}{-x}} = x^2 e^{-\frac{|x|-1}{x}} \neq f(x) \quad \neq -f(x)$

$e^{g(x)} \Longleftrightarrow e^{-g(x)}$

$e^{-g(x)}$ $\quad e^{g(x)}$



$$\lim_{x \to \pm\infty} \Big(\underbrace{x^2}_{+\infty} \; \underbrace{e^{\frac{|x|-1}{x}}}_{e^1 = e} \Big) = +\infty$$

($\frac{|x|-1}{x} \to 1$)

? ricerca asintoto obliquo

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2 e^{\frac{|x|-1}{x}}}{x} = \lim_{x \to \pm\infty} x \, e^{\frac{|x|-1}{x}} = \pm\infty$$

NO !!

studio il segno

$f(x) \geq 0 \qquad \underbrace{x^2}_{+} \; \underbrace{e^{\frac{|x|-1}{x}}}_{+} \geq 0$

$x \neq 0 \Rightarrow f(x) > 0$

$$\lim_{x\to 0}\left\{x^2\,\underbrace{e^{\frac{|x|-1}{x}}}_{e^{-\frac{1}{0}}}\right\} = \text{dipende:}$$

$$x\to 0^+ \qquad e^{-\frac{1}{0}} = e^{-\infty} \to 0$$

$$x\to 0^- \qquad e^{-\frac{1}{0^-}} = e^{+\infty} \to +\infty$$

$$\lim_{x\to 0^+}\left\{x^2\,e^{\frac{|x|-1}{x}}\right\} = 0\cdot 0 = 0$$

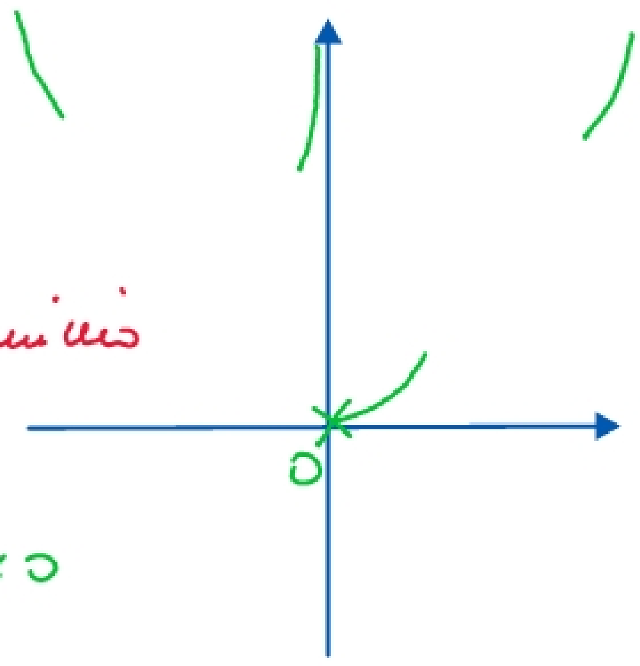
$$\lim_{x\to 0^-}\left\{x^2\,e^{\frac{|x|-1}{x}}\right\} = 0\ \infty \quad F.I.$$

$$= \lim_{x\to 0^-}\frac{e^{\overbrace{\frac{|x|-1}{x}}^{\to\infty}}}{\underbrace{\frac{1}{x^2}}_{\to\infty}} = +\infty$$

NOTA BENE (extra esercizio)

? x_0 è pt. di discontinuità ?

$\boxed{\text{NO}}$ perché non fa parte del dominio



se fosse stato scritto:

$$y = f(x) \begin{cases} x^2 \, e^{\frac{|x|-1}{x}} & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $x_0 = 0$ è un punto di discontinuità

punto di infinito

$x=0$ è asintoto verticale a sinistra

calcolo delle derivate:

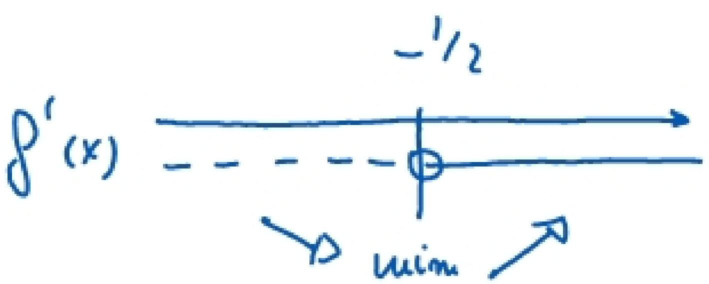
$$y = x^2 e^{\frac{|x|-1}{x}} = \begin{cases} x^2 e^{\frac{x-1}{x}} & \text{per } x>0 \\ x^2 e^{\frac{-x-1}{x}} & \text{per } x<0 \end{cases}$$

$$y' = \begin{cases} 2x\, e^{\frac{x-1}{x}} + \cancel{x^2} \cdot e^{\frac{x-1}{x}} \cdot \left(\frac{x-(x-1)}{\cancel{x^2}}\right) = e^{\frac{x-1}{x}}\left(\underline{2x \cancel{+x} \cancel{-x} +1}\right) & \text{con } x>0 \\ 2x\, e^{\frac{-x-1}{x}} + \cancel{x^2}\, e^{\frac{-x-1}{x}} \cdot \left(\frac{-x-(-x-1)}{\cancel{x^2}}\right) = e^{\frac{-x-1}{x}}\left(\underline{2x \cancel{-x} \cancel{+x} +1}\right) & \text{con } x<0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ riducono ad un'unica derivata $y' = e^{\frac{|x|-1}{x}}(2x+1)$

$$y' = \underbrace{e^{\frac{|x|-1}{x}}}_{+} \underbrace{(2x+1)}_{(+)\ x \geq -\frac{1}{2}} = e^{\frac{|x|-1}{x}} \frac{2x+1}{x^2} \cdot x^2 = \underbrace{f(x)}_{+} \cdot \frac{2x+1}{x^2}$$

dom $f'(x)$ $\quad x \neq 0 \quad$ = dom $f(x)$



$x = -\frac{1}{2}$ è un punto di minimo

$$f\left(-\tfrac{1}{2}\right) = \left(-\tfrac{1}{2}\right)^2 \cdot e^{\frac{\left|-\frac{1}{2}\right|-1}{-1/2}} = \frac{1}{4}\, e^{\frac{-1/2}{-1/2}} = \frac{1}{4}\, e \sim 0{,}7$$

$$y' = f(x) \cdot \frac{2x+1}{x^2}$$

$$y'' = f'(x) \, \frac{2x+1}{x^2} + f(x) \, \frac{2x^2 - 2x(2x+1)}{x^2} =$$

$$= e^{\frac{|x|-1}{x}} (2x+1) \cdot \frac{2x+1}{x^2} + \cancel{x^2} \cdot e^{\frac{|x|-1}{x}} \frac{2x^2 - 4x^2 - 2x}{(\cancel{x^4})^2} =$$

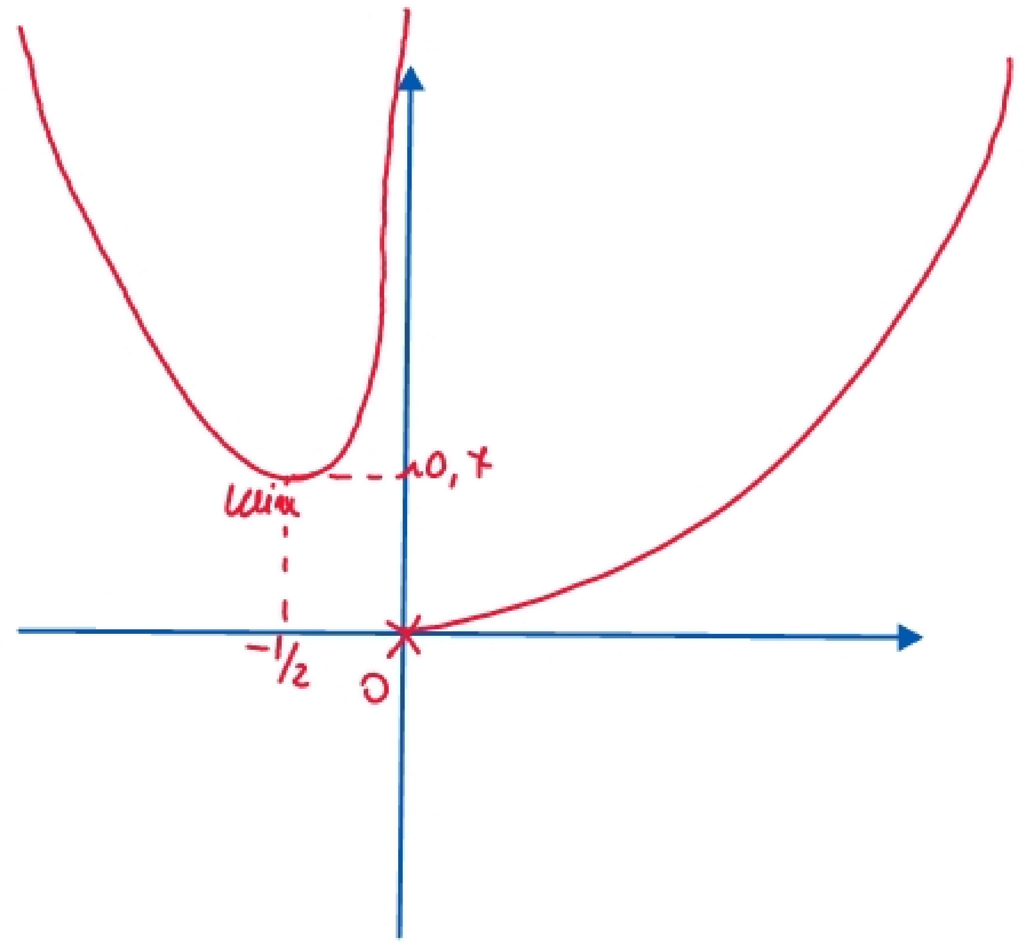
$$= \frac{e^{\frac{|x|-1}{x}}}{x^4} \left[(2x+1)^2 + (-2x^2 - 2x) \right] =$$

$$= \frac{e^{\frac{|x|-1}{x}}}{x^2} \left[(2x+1)^2 - 2x^2 - 2x \right] = \frac{e^{\frac{|x|-1}{x}}}{x^2} \left[4x^2 + 1 + 4x - 2x^2 - 2x \right]$$

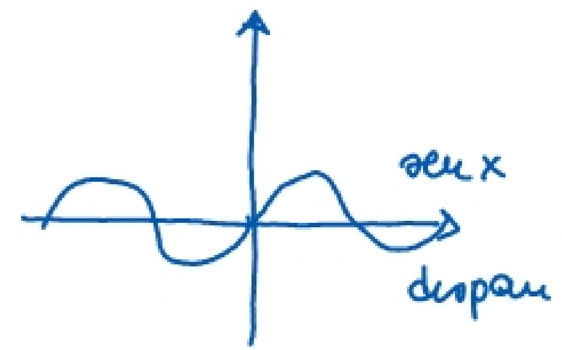
$$= \frac{e^{\frac{|x|-1}{x}}}{x^2} \left[2x^2 + 2x + 1 \right]$$

$+ \quad + \quad + \quad \Delta < 0$

$f''(x) > 0 \quad \forall x \neq 0$


min
0,7
−1/2
0

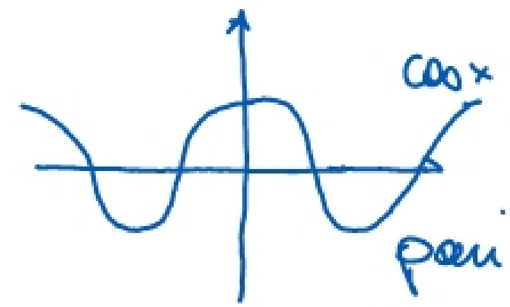
• $y = x\cos x - \operatorname{sen} x$



dom $\forall x \in \mathbb{R}$

$$f(-x) = -x \underbrace{\cos(-x)}_{\cos x} - \underbrace{\operatorname{sen}(-x)}_{-\operatorname{sen} x} =$$

$$= -x\cos x + \operatorname{sen} x =$$



$$= -(x\cos x - \operatorname{sen} x) = -f(x)$$

$y = f(x)$ dispari, simmetrica rispetto all'origine

$\Rightarrow$ è simmetrica posso studiarla nell'intervallo $[0, +\infty)$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = x\cos x - \operatorname{sen} x = 0 \cdot \cos 0 - \operatorname{sen} 0 = 0 \end{cases}$$

$(0,0)$

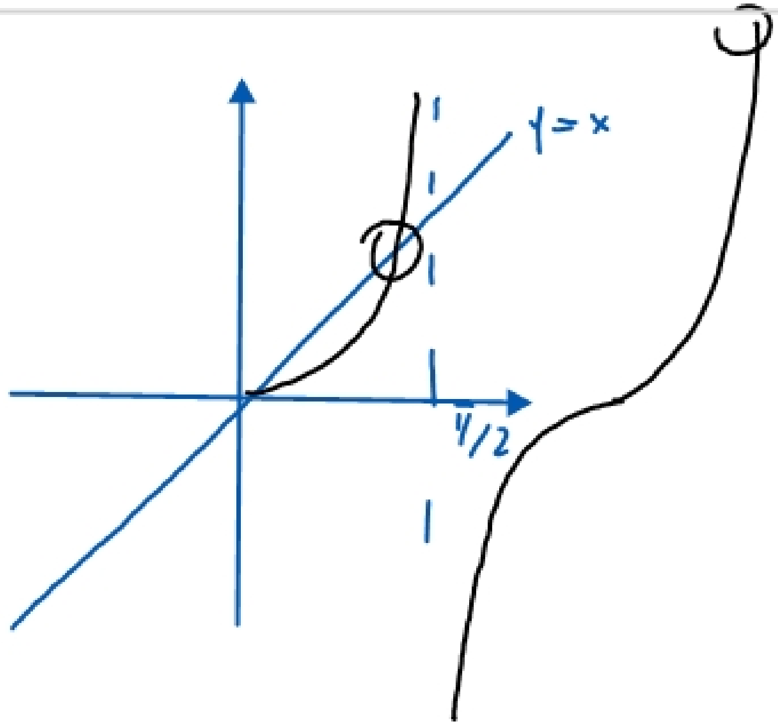
$$\lim_{x \to +\infty} \underbrace{[\underset{+\infty}{x}\ \underset{[-1,1]}{\cos x} - \underset{[-1,1]}{\operatorname{sen} x}]}_{]-\infty, +\infty[} = \nexists$$

$\Rightarrow$ Esistono nicuramente gli zeri delle funzioni

$x \cos x \geq \operatorname{sen} x$ $\quad\quad \cos x \neq 0$

$9 \overset{!}{\downarrow}$ $x \geq \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$ 9 $\quad\quad \cos x > 0 \quad x \geq \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$

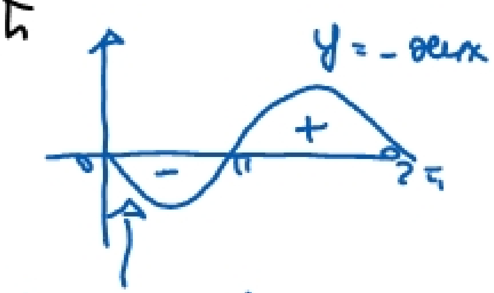
$\to \operatorname{Tg}(x)$ $\quad\quad \cos x < 0 \quad x < \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$



$y = x$

⇒ i valori non sono calcolabili algebricamente, ma sono "intuibili", deducibili per via grafica

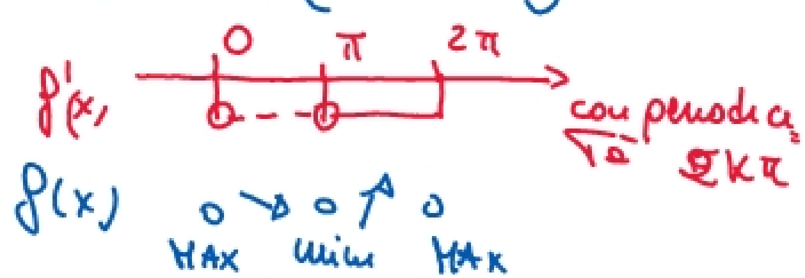
⇒ sono illimitati

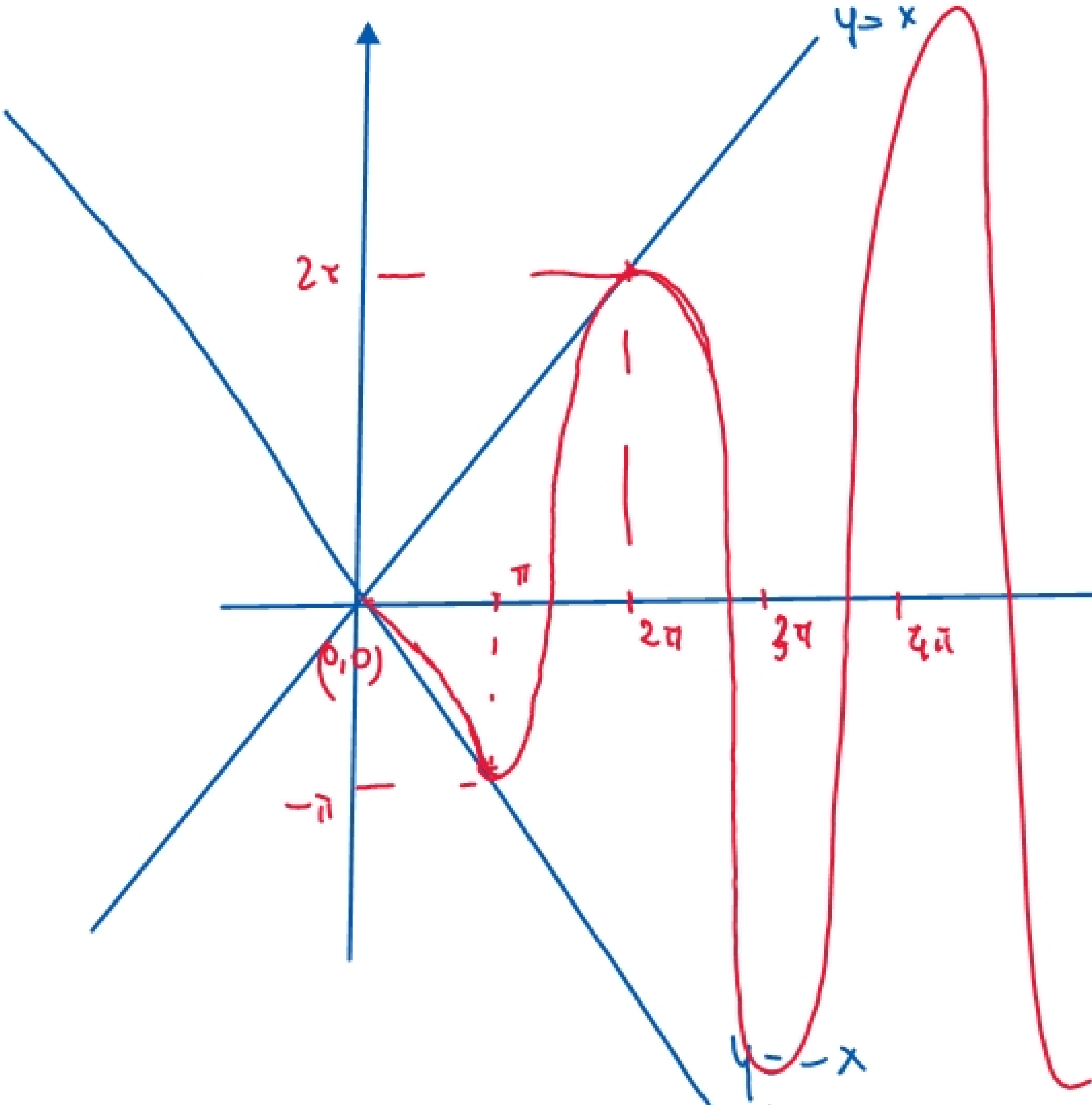


$y = x \cos x - \operatorname{sen} x$

$y' = \cos x + x(-\operatorname{sen} x) - \cos x = -\underbrace{x}_{>0} \operatorname{sen} x = x(-\operatorname{sen} x)$

N.B. lo studio è $[0, +\infty[$





$f(\pi) = \pi \cdot \underbrace{\cos\pi}_{-1} - \underbrace{\operatorname{sen}\pi}_{=0} =$

$= -\pi$

min $(\pi, -\pi)$

sto sulla bisettrice del 2°-4° quadrante

$f(2\pi) = 2\pi \underbrace{\cos 2\pi}_{1} - \underbrace{\operatorname{sen} 2\pi}_{=0} =$

$= 2\pi$

sto sulla bisettrice del 1°-3° quadrante

$\boxed{\text{il grafico è a specchio (0,0) rispetto all'origine}}$

→ i punti di massimo si trovano su $y = x$

→ i punti di minimo si trovano su $y = -x$

ammette punti di flesso ?

$$y' = -x \operatorname{sen} x$$

$$y'' = -(\operatorname{sen} x + x \cos x) = -x \cos x - \operatorname{sen} x$$

per trovare i punti di flesso bisogna risolvere l'equazione $-x \cos x - \operatorname{sen} x = 0$

$$-x \cos x = \operatorname{sen} x \qquad \cos x \neq 0$$

$$-x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = \operatorname{Tg} x$$

punti di intersezione tra $y = \operatorname{Tg} x$ e $y = -x$ bisettrice del 2° e 4° quadrante

• $y = \sqrt{x^2 - |6x-9|}$

$3(1,4-1) = 3 \cdot 0,4 = 1,2$
$\frac{3}{2} = 1,5$

sviluppando il valore assoluto, ma attenzione al dominio

per il dominio

$x^2 - |6x-9| \geq 0 \longrightarrow$ per via grafica

se $6x-9 \geq 0 \quad x \geq 3/2$

$x^2 - 6x + 9 \geq 0$
$(x-3)^2 \geq 0 \qquad \forall x$

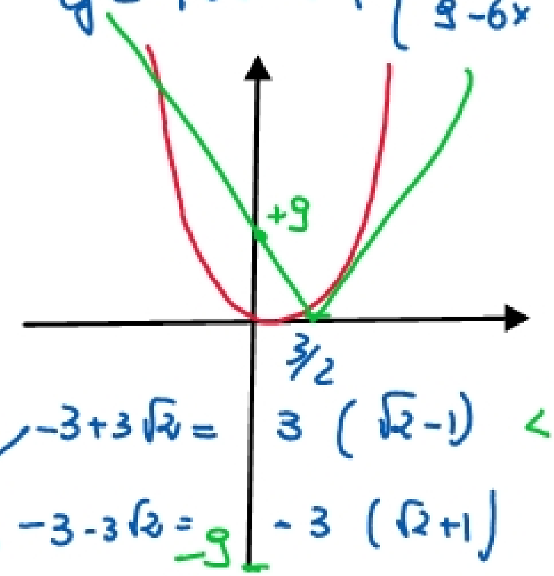
se $6x-9 < 0 \quad x < 3/2$

$x^2 + 6x - 9 \geq 0$
$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9+9} = -3 \pm 3\sqrt{2}$
$-3+3\sqrt{2} = 3(\sqrt{2}-1) < 3/2$
$-3-3\sqrt{2} = -3(\sqrt{2}+1)$

$\boxed{\begin{array}{l} x < -3(1+\sqrt{2}) \\ x > 3(\sqrt{2}-1) \end{array}}$

$y = x^2$

$y = |6x-9| \begin{cases} 6x-9 & x \geq 3/2 \\ 9-6x & x < 3/2 \end{cases}$



posso scrivere la funzione come definita a tratti

$$y = \begin{cases} \sqrt{x^3 + 6x - 9} & \text{se } x \le 3/2 \\ \sqrt{(x-3)^2} = |x-3| & \text{se } x > 3/2 \end{cases} \qquad \begin{cases} -(x-3) & \frac{3}{2} < x < 3 \\ x-3 & x \geq 3 \end{cases}$$

ATTENZIONE :

$$y = \sqrt{x^2 + 6x - 9} \qquad\qquad y \geq 0$$

$$y^2 = x^2 + 6x - 9$$

$$x^2 + 6x - y^2 = 9 \quad \rightarrow \quad (x^2 + 6x + 9) - 9 - y^2 = 9$$

$$(x+3)^2 - y^2 = 18$$

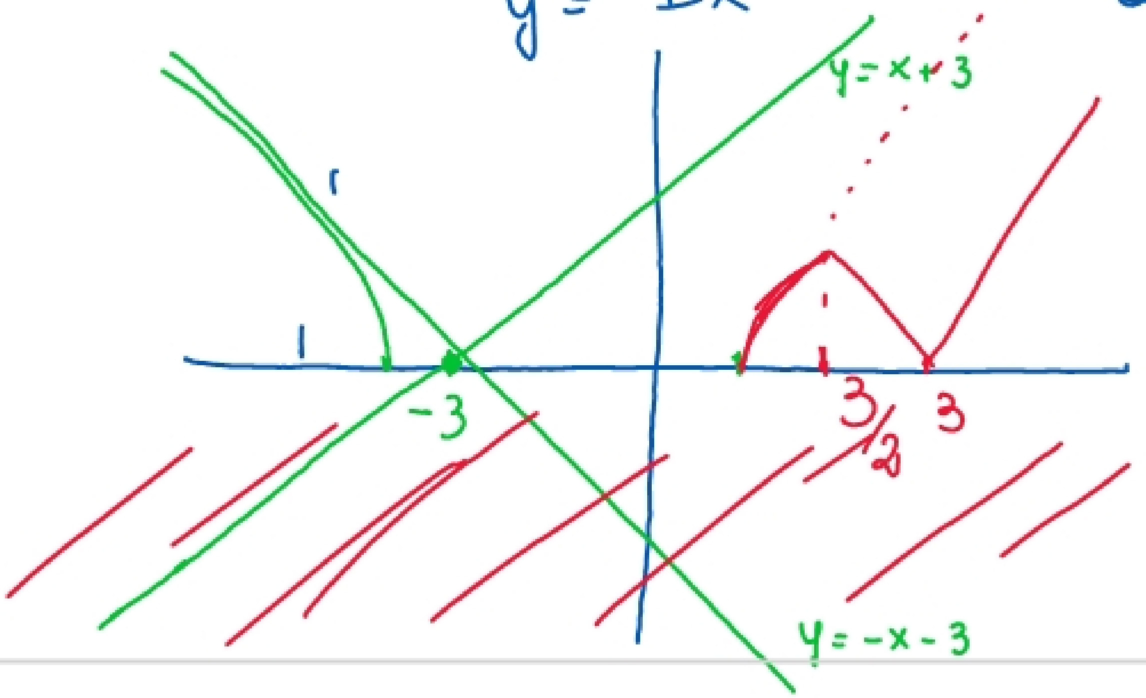
$$(x+3)^2 - y^2 = 18$$

$$\frac{(x+3)^2}{18} - \frac{y^2}{18} = 1$$

iperbole traslata in $(-3, 0)$

asintoti nel nuovo sistema di riferimento

$y = \pm x$ $\quad a^2 = b^2 = 18$



$V_1(-3(\sqrt{2}+1), 0)$

$V_2(3(\sqrt{2}-1, 0)$

La funzione potenza essere studiata con

- dominio
- segno $\geq 0 \quad \forall x \in \operatorname{dom} f$
- limiti
- derivate
-
-

Buon lavoro