

Lezione 3

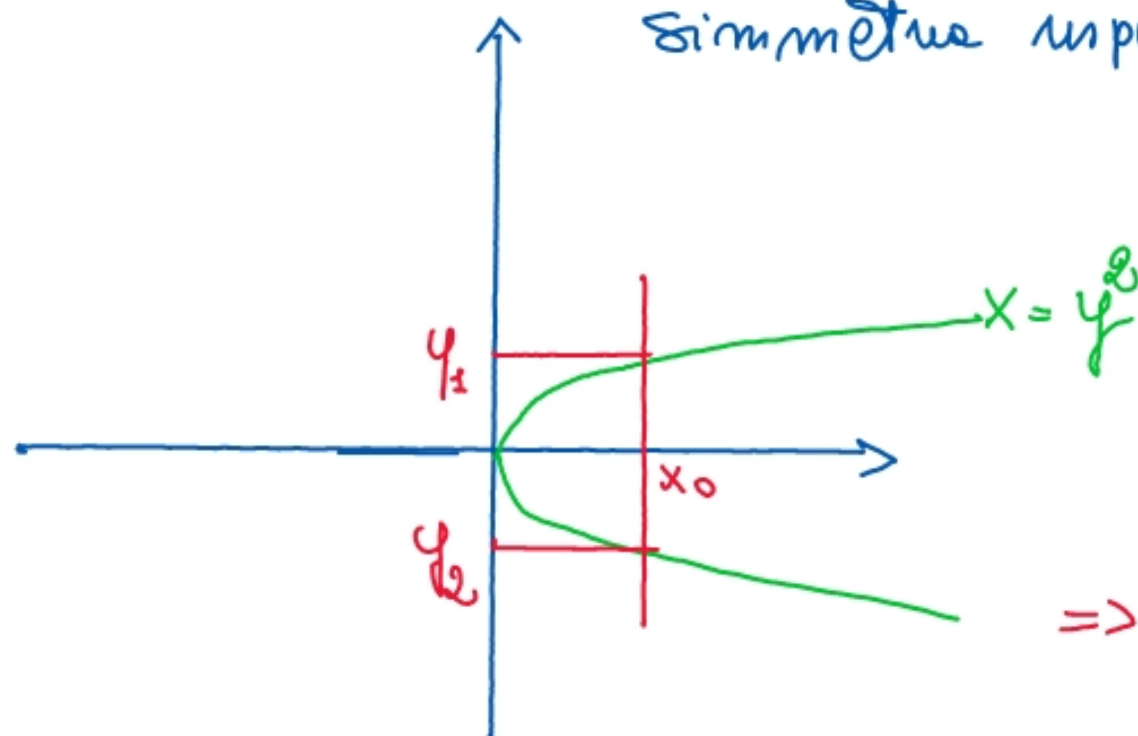
$$y = \sqrt{x}$$

$$\text{dom } f: x \geq 0$$

$$y^2 = x$$

(Trasformazione $x \rightarrow y$)
 \Downarrow

simmetria rispetto la bisettrice $1^{\circ}3^{\circ}4^{\circ}$.



parabola con
asse di simmetria
orizzontale

$\forall x_0 \in \text{dom } f \quad \exists 2 y: y_1, y_2$
 \Rightarrow non è una funzione!

Resolvere la seguente diseguazione :

$$\sqrt{x} > 1$$

algebricamente

$$\begin{cases} x \geq 0 & \text{cond. del radicando} \\ x > 1 & \text{cond/dis. dopo aver} \\ & \text{elevato al quadrato} \end{cases}$$

DISEGUATIONE

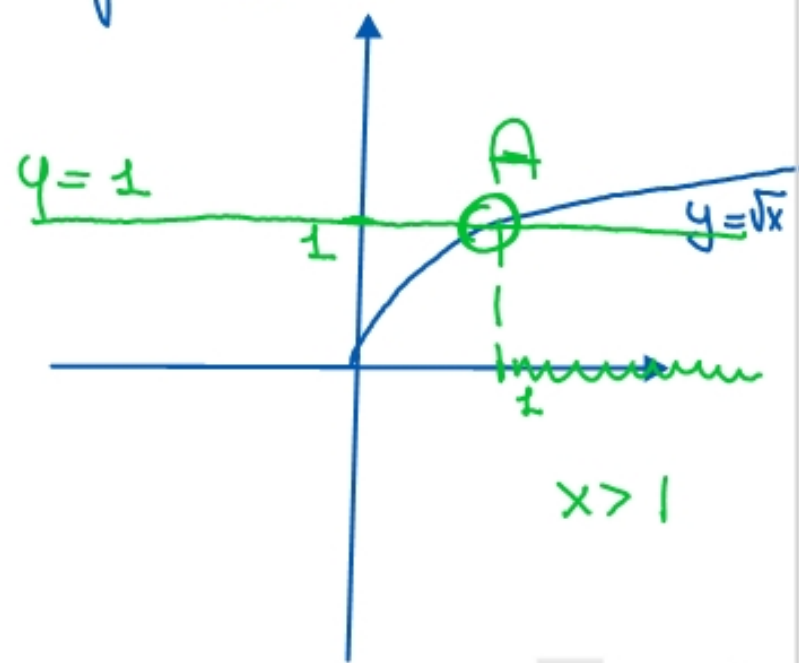


$$\boxed{\begin{array}{l} y \text{ parabola} > y \text{ retta} \\ \text{e l'intervallo di } x \end{array}}$$

graficamente

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = 1$$



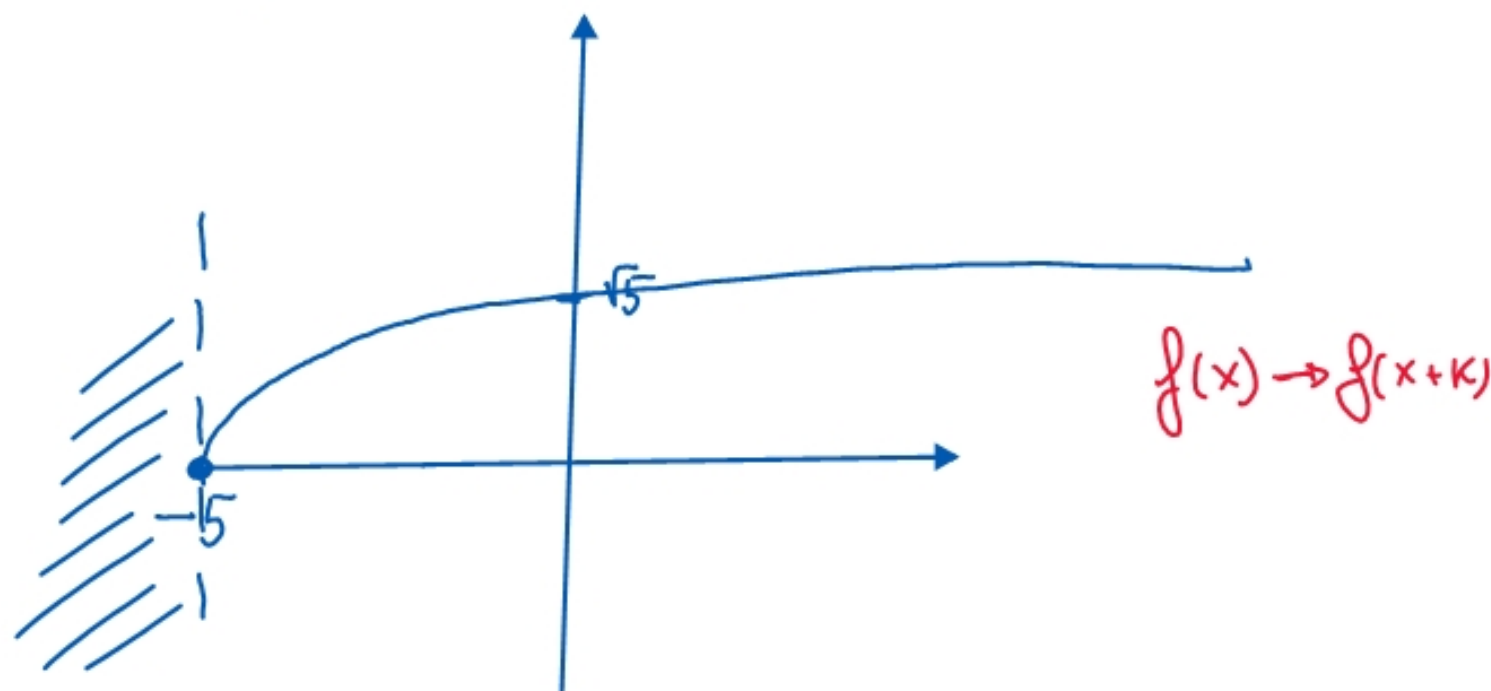
Rappresentare

$$y = \sqrt{5+x}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=\sqrt{5} \approx 2,23 \dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=0 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$\text{dom: } 5+x \geq 0 \quad \underline{x \geq -5}$$



Rispetto

$$y = \sqrt{x}$$

ho una traslazione verso sinistra

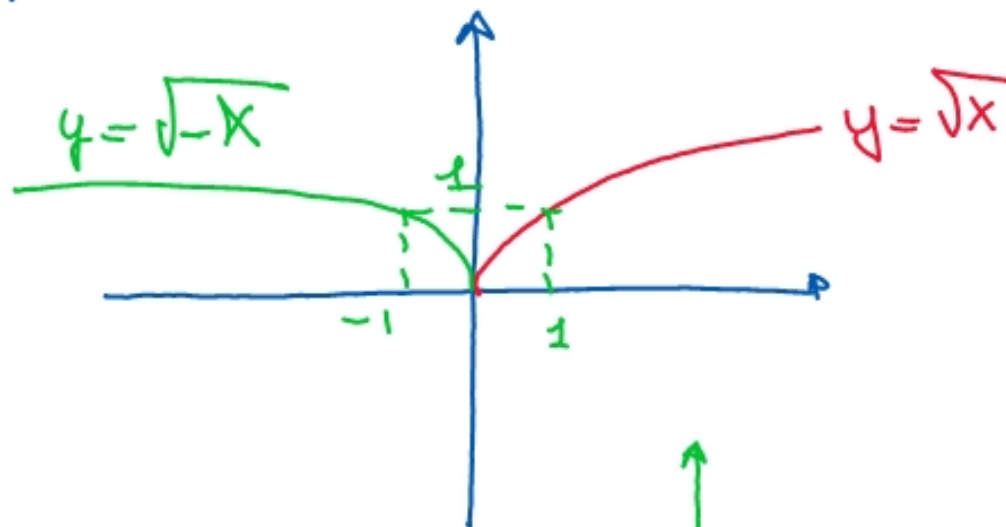
$$x \rightarrow -5$$

$$x+5=0$$

$$x=-5$$

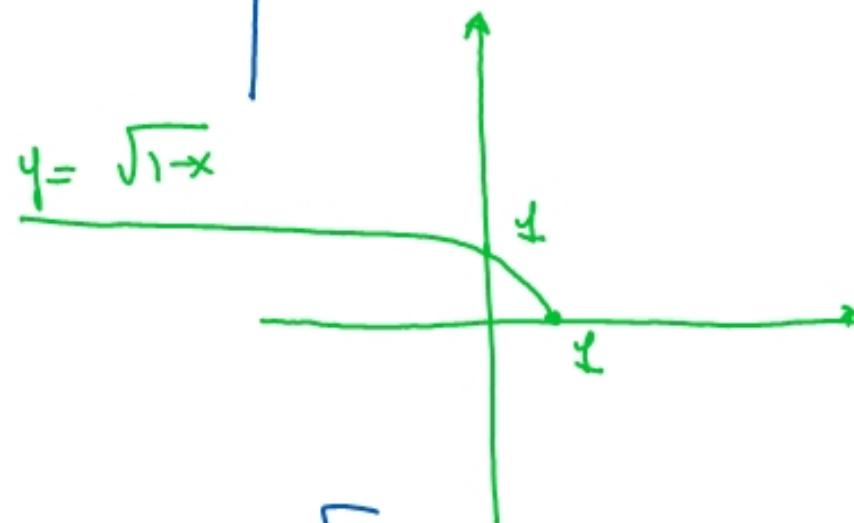
$$y = \sqrt{-x}$$

$$\text{dom } -x \geq 0 \quad x \leq 0$$

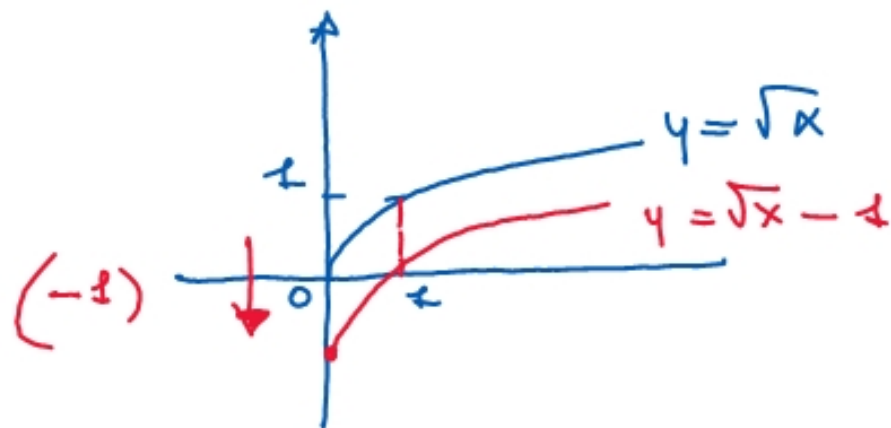


$$y = \sqrt{1-x}$$

$$1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$$



$$y = \sqrt{x} - 1$$



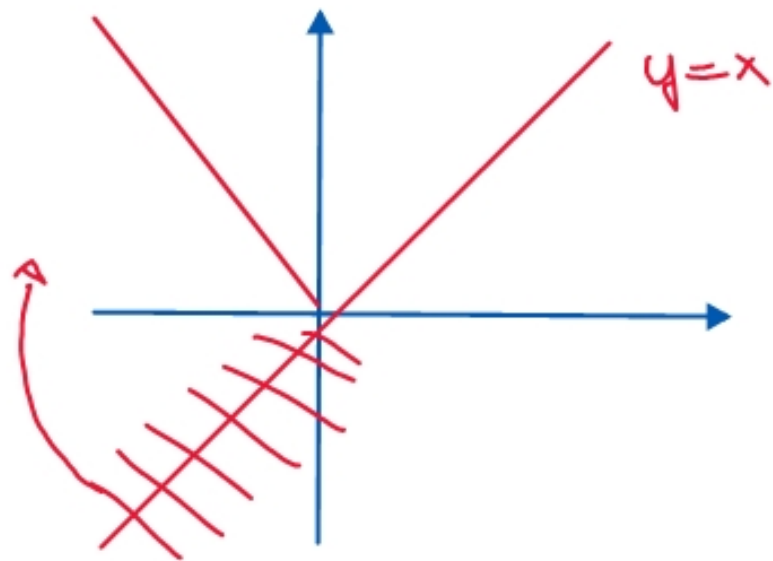
Valore Assoluto

$$|x| = \begin{cases} x & \text{per } x \geq 0 \\ -x & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

$$y = |x| = \begin{cases} x & \text{per } x \geq 0 \quad (\text{bisettrice } 1^\circ - 3^\circ \text{ quadrante}) \\ -x & \text{per } x < 0 \quad (\text{bisettrice } 2^\circ - 4^\circ \text{ quadrante}) \end{cases}$$

$$y = |f(x)|$$

- rende positivo le parti negative di $f(x)$

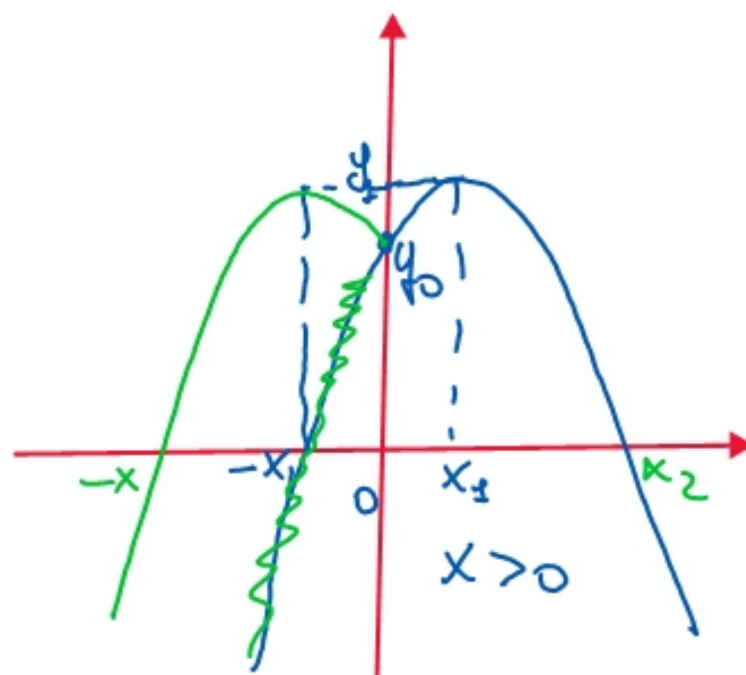


svolge un ruolo
mentre dei numeri
negativi di $f(x)$
rispetto all'asse
della ascisse

$$y = f(|x|)$$

per $x < 0$ ho lo stesso
comportamento che
si ha per $x > 0$

$$|x|$$



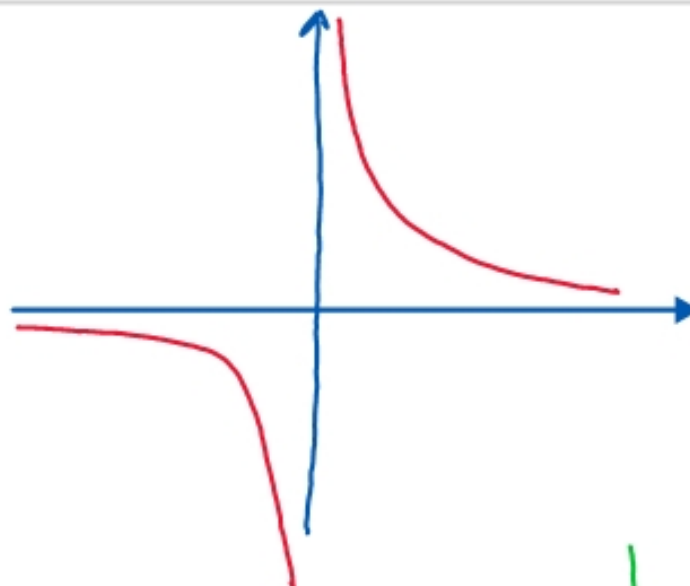
comportamento / simmetria rispetto l'asse delle ordinate

$$y = f(|x|)$$

calcolo e rappresento $y = f(x)$
la parte con $x > 0$ viene simmetrizzata
rispetto l'asse delle ordinate

$$y = \frac{1}{x}$$

iperbole equilatera



$$y = \frac{3x-1}{x+2}$$

(funzione omografica)

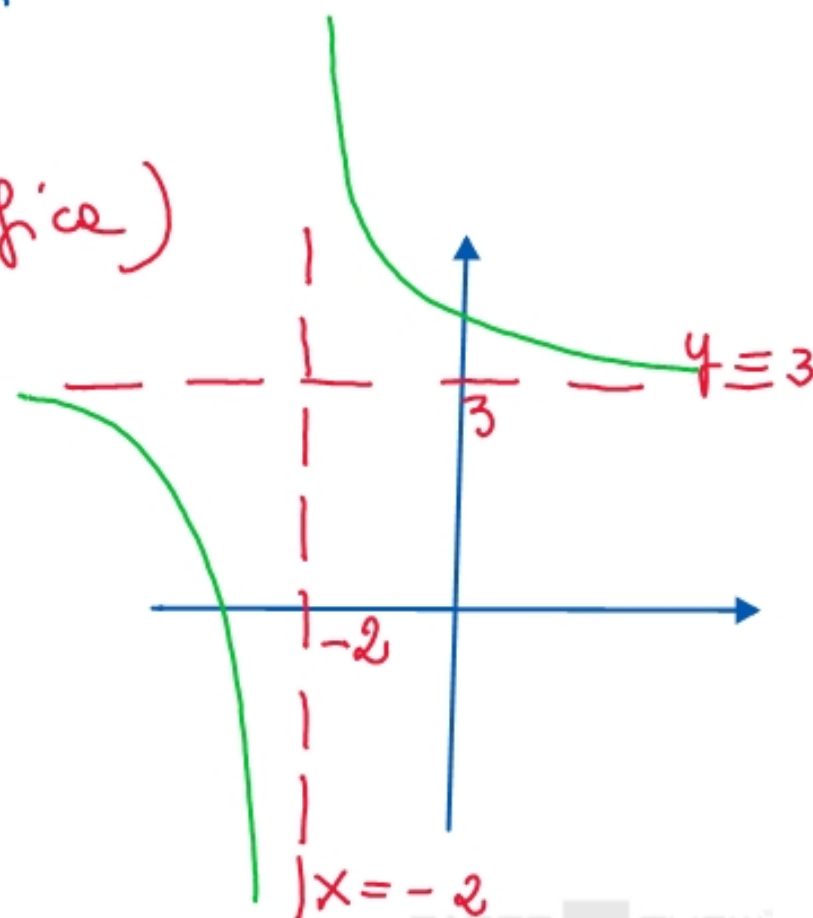
dom f : $x+2 \neq 0$ $x \neq -2$

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

asintoti

$$y = \frac{a}{c}$$

$$x = -\frac{d}{c}$$



ESPOENZIALI

1) PROPRIETA' DELLE POTENZE

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots}_{n \text{ volte}}$$

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$a^0 = 1 \quad \forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$a^1 = a$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

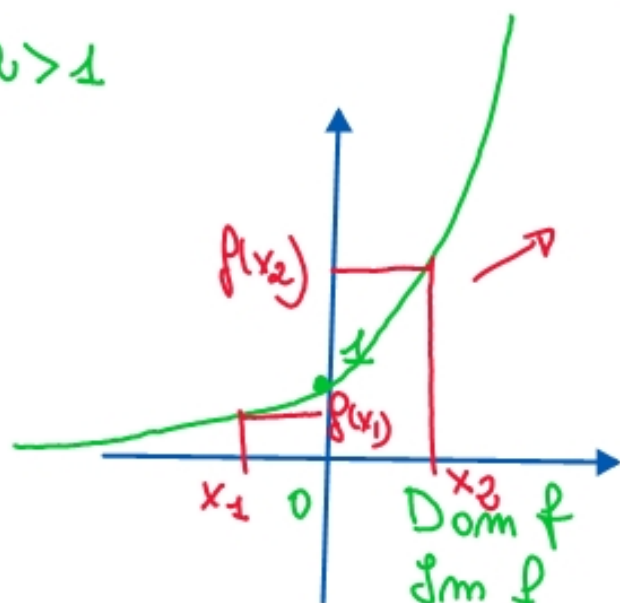
2) funzione esponenziale $y = a^x$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad [\text{dom } f]$$

$$\forall a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\} \Rightarrow a > 0, a \neq 1$$

$$\forall y \in \mathbb{R}_0^+ \quad [y > 0]$$

$$a > 1$$



Dom f $]-\infty, +\infty[$
 Im f $]0, +\infty[$
 crescente $\forall x_1, x_2 \in \text{dom } f$
 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

$$0 < a < 1$$



dom f $]-\infty, +\infty[$
 Im f $]0, +\infty[$
 decrescente: $\forall x_1, x_2 \in \text{dom } f$
 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

3) Proprietà:

$$A] \quad a^{f(x)} = a^{g(x)}$$

con $a > 0, a \neq 1 \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

$$B] \quad a^{f(x)} = b^{f(x)}$$

$$(b^{f(x)} \neq 0)$$

$a, b > 0, a, b \neq 1$

$$\frac{a^{f(x)}}{b^{f(x)}} = 1$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = 1 = \left(\frac{a}{b}\right)^0$$



$$f(x) = 0$$

$$C] \quad a^{f(x)} < a^{g(x)}$$

$$\text{se } a > 1 : \text{da } \Leftrightarrow f(x) < g(x)$$

(si mantiene il verso, confrontando gli esponenti)

$$\text{se } 0 < a < 1 : \text{da } \Leftrightarrow f(x) > g(x)$$

(si cambia il verso, confrontando gli esponenti)

esercizi

1) $9^x = 6 + 3^x$

$$3^{2x} - 3^x - 6 = 0$$

$$9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = (3^x)^2$$

eq. di 2° grado in 3^x

cambio di variabile: $3^x = t$

$$t^2 - t - 6 = 0$$

$$(t - 3)(t + 2) = 0$$

$$t = 3$$

Sostituisco $t = 3^x$

$$3^x = 3^1$$

$$x = 1$$

eq. di 2° grado in t

(regole del trinomio)

$$t = -2$$

$$3^x = -2$$

impossibile perché l'esponentiale
ha valore positivo

$$2) \begin{cases} 5^{x+y} = 125 = 5^3 \\ 7^{xy} = 49 = 7^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$$

Sisteme di secondo grado
simmetrico

" Trovare 2 valori, x e y , tali che :

✓ la loro somma sia 3 (s)

✓ il loro prodotto sia 2 (p)

eq. associate:

$$t^2 - \frac{-1}{3}t + \frac{p}{2} = 0$$

$$(t-2)(t-1) = 0$$

$$\begin{aligned} t_1 &= 2 \\ t_2 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

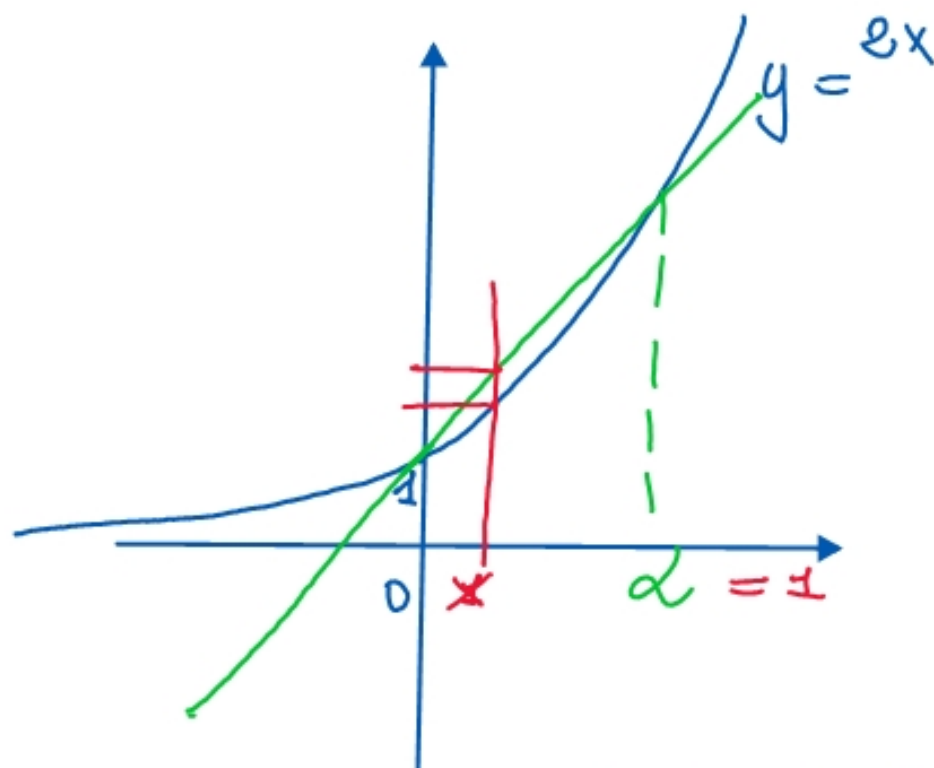
oppure

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$3) \quad e^x = x+1$$

$$y = e^x$$

$$y = x+1$$



\Rightarrow 2 solutions

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 2$$

x	x+1	e ^x
1	2	2
2		
3		
4		

