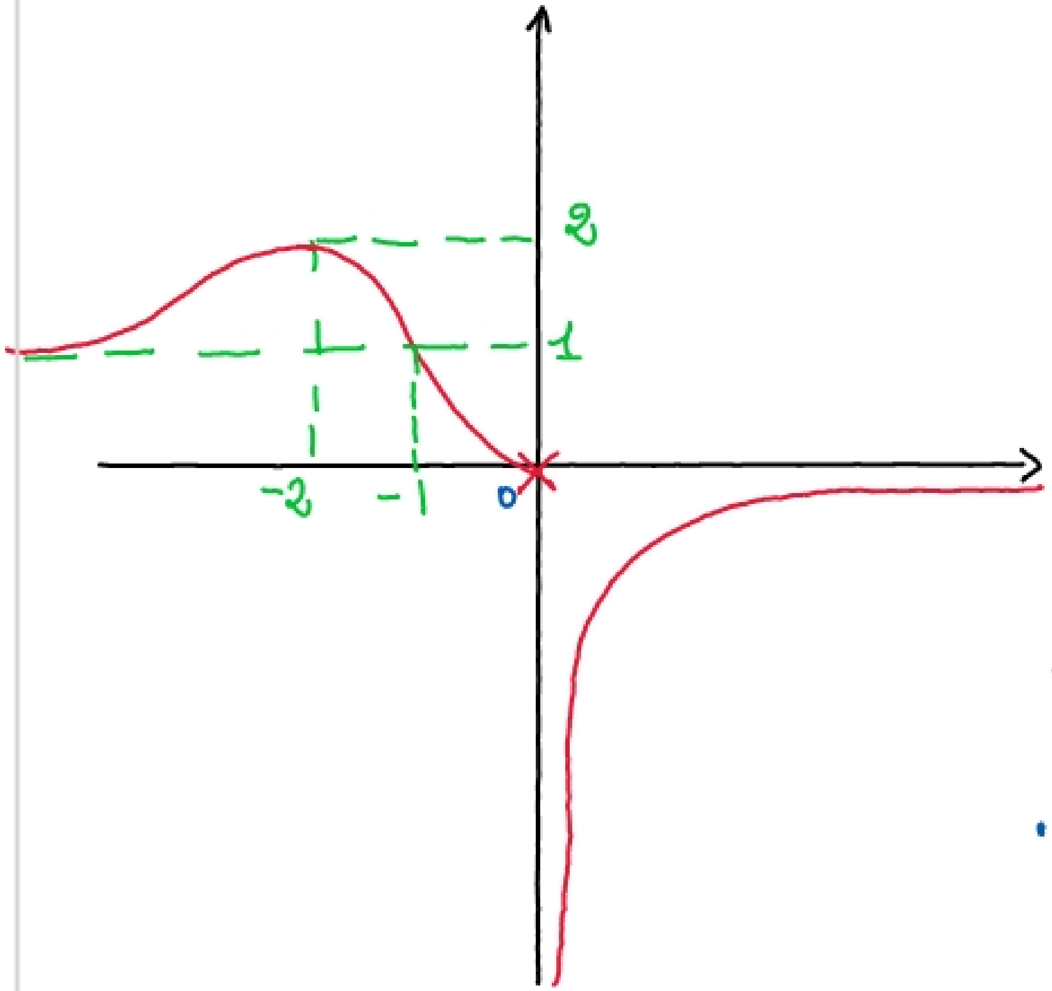
Lezione 2

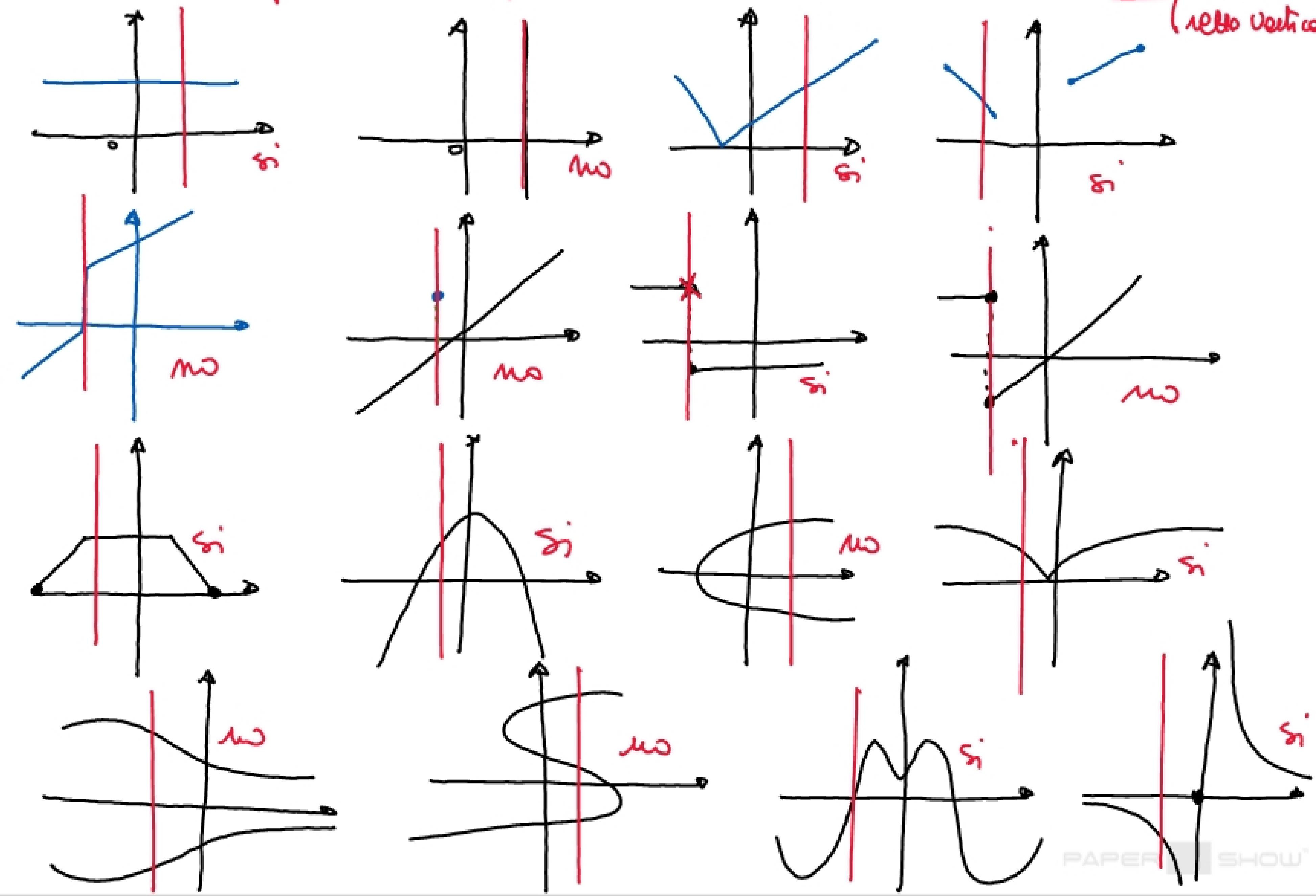
1) Analizzare il seguente grafico



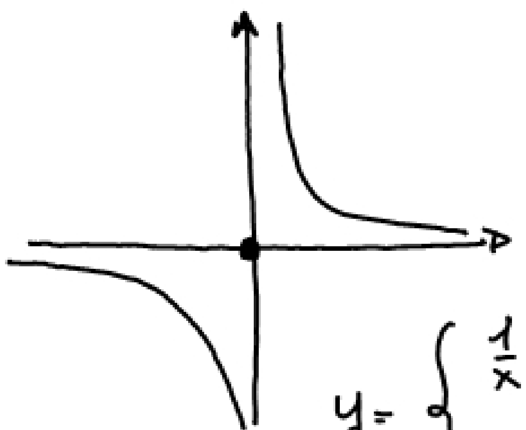
- dominio di f $D = \,]-\infty, 0[\, \cup \,]0, +\infty[$
- il codominio $C = \,]-\infty, 0[\, \cup \,]0, +\infty[$
- il sottoinsieme del codominio C i cui elementi hanno una sola controimmagine $]-\infty, 0[\, \cup \,]0, 1] \cup \{2\}$
- la dis: $f(x) < 0$ è verificata $x > 0$
- la dis: $f(x) > 1$ è verificata per $x < -1$
- la relazione $1 \leq f(x) < 2$ è verificata $x \leq -1 \quad x \neq -2$

2) Quali sono funzioni e quali no?

Attenzione alle intersezioni con $x = x_0$ (retta verticale)

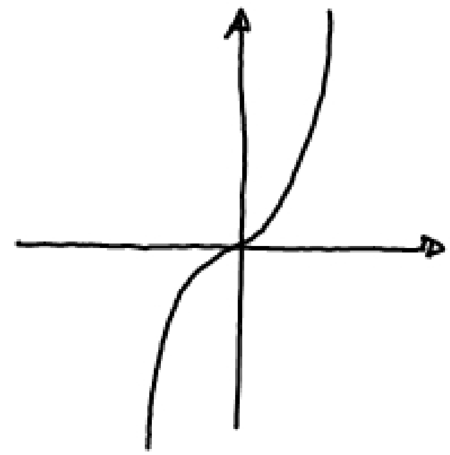


Iniettività: se e solo se $\forall\, y_0 \in \mathbb{R}$, la retta $y = y_0$ (orizzontale) interseca il grafico al più una sola volta



$$y = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

(esatta)



$y = x^3$ (cubica)

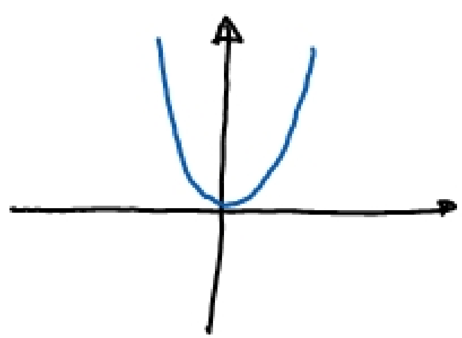
Suriettività

1) $\operatorname{Im} f = B$

2) dipende dal codominio (B)

la retta $y = y_0$ interseca il grafico almeno una volta

$y = x^2$



$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$\operatorname{Im} f = \mathbb{R}^+$

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$

Biettività

- f invertibile $\Longleftrightarrow$ f biiettiva $\Longleftrightarrow$ f iniettiva e suriettiva

- la retta $y = y_0$ interseca il grafico una ed una sola volta

- $\operatorname{im} f$ = codominio $= B$

GRAFICI ELEMENTARI

1) RETTE

$x = K$ retta verticale, parallela all'asse delle ordinate, perpendicolare all'asse delle ascisse.

[N.B. non è una funzione!]

$y = h$ $y = f(x) = \text{costante}$

retta orizzontale, parallela all'asse delle ascisse, perpendicolare all'asse delle ordinate (tutti i punti di ugual quota)

$y = mx$ m = coefficiente angolare

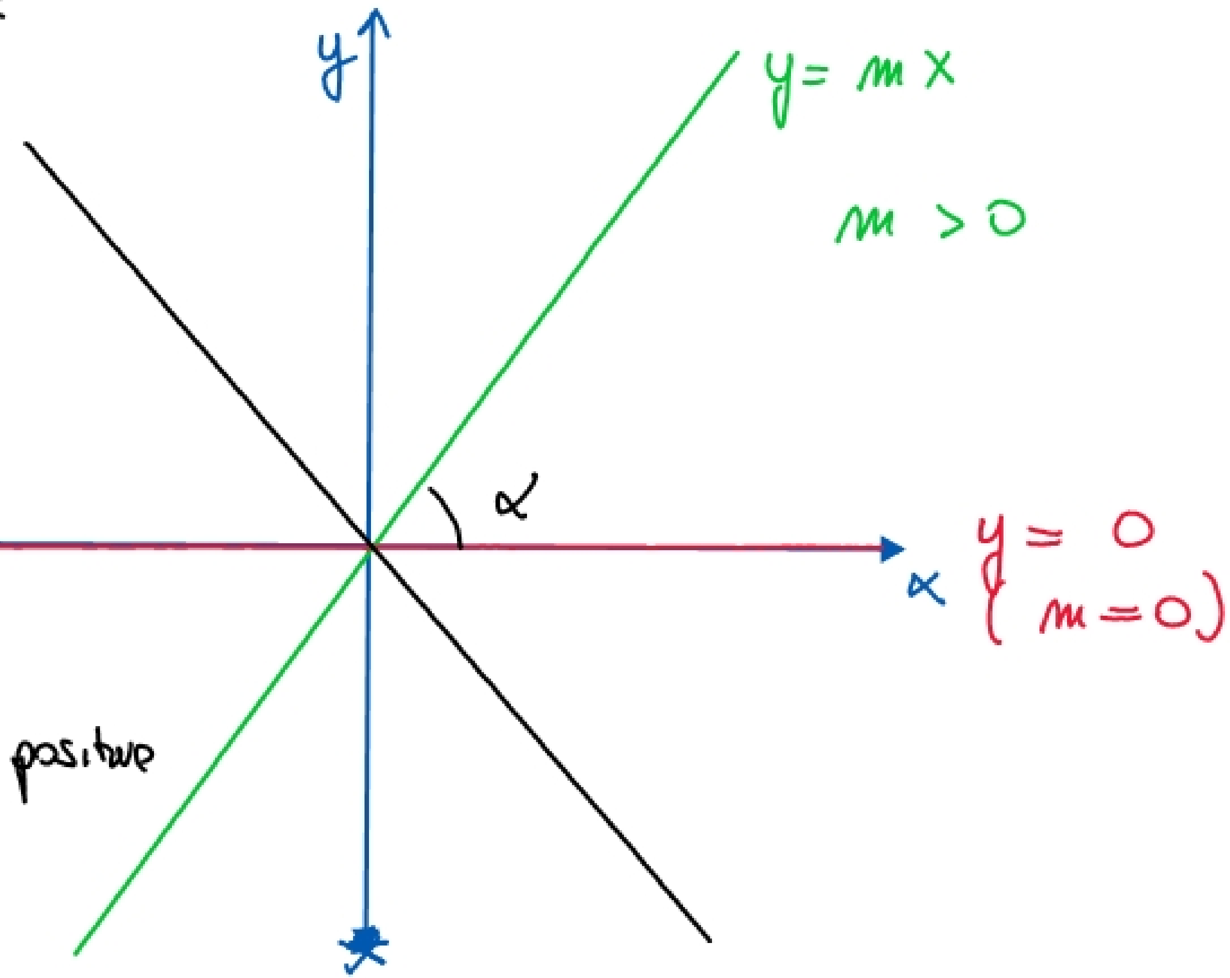
$m = \frac{y}{x}$ → pendenza $m = y/x = \operatorname{tg} \alpha$

$m = \operatorname{tg}\alpha \qquad \alpha = \operatorname{arctg} m$

$y = mx$ rette per l'origine

$y = mx$

$m < 0$



$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} = 90°$

inclinazione positiva

$m > 0$

$90° = \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi = 180°$

inclinazione negativa

$m < 0$

$$y = f(x) \longrightarrow y = f(x) + k \quad \text{TRASLAZIONE}$$

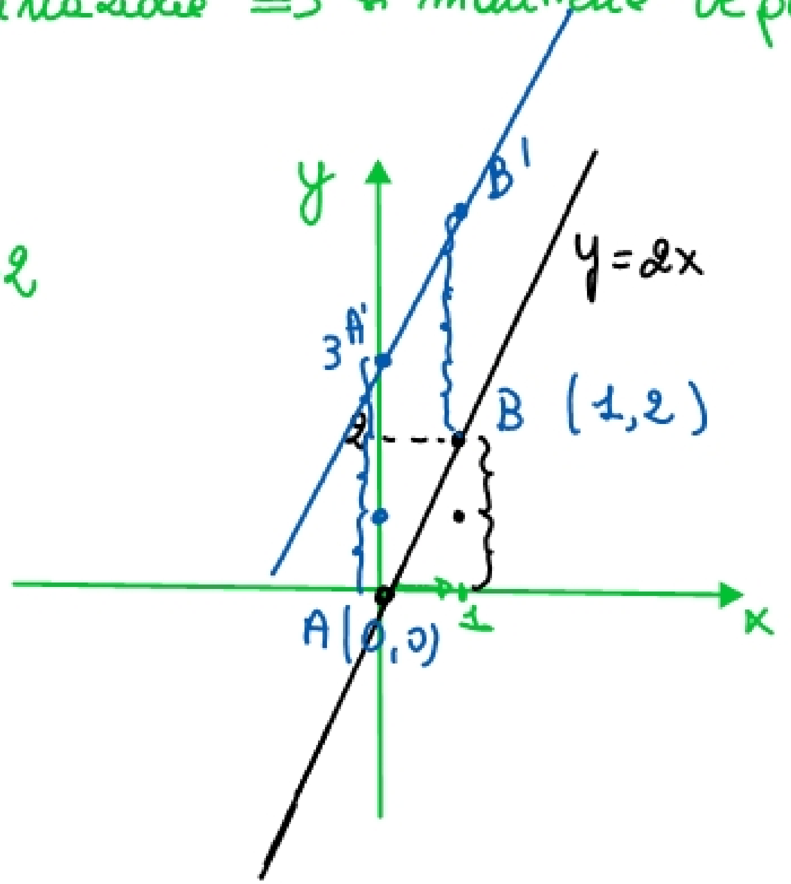
N.B. si mantiene l'inclinazione ⟹ si mantiene il parallelismo tra le rette.

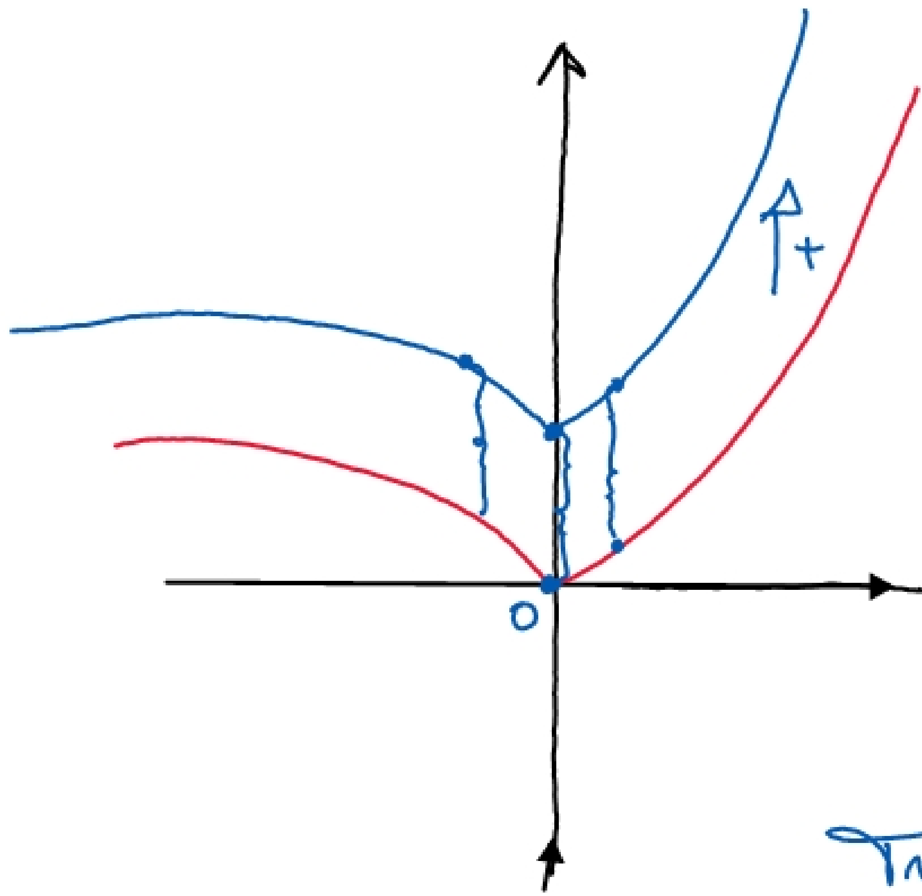
$y = 2x$ $\quad (\longrightarrow) \quad m = \dfrac{y}{x} = 2$

$\downarrow$

$y = 2x \underbrace{+3}$

Traslazione





$y = f(x)$

$y = f(x) + 2$

Traslazione di 2 unità

(+) verso l'alto

2) parabola

$$y = ax^2 + bx + c$$

$a > 0$ $\cup$

$a < 0$ $\cap$

per rappresentarla:

- Vertice $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

$$y_V = a x_V^2 + b x_V + c$$

- $\Delta = b^2 - 4ac$

- $y = f(0) = c$ $\quad (0, c)$

  e il suo simmetrico rispetto all'asse di simmetria

- intersezione/i con l'asse delle ascisse $y = 0$

$$\begin{cases} y = 0 \\ ax^2 + bx + c = 0 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

TRASLAZIONE

$f(x) \to f(x+h)$

$h<0 \longrightarrow dx$

$h>0 \longleftarrow sx$

$y = x^2$ (*)

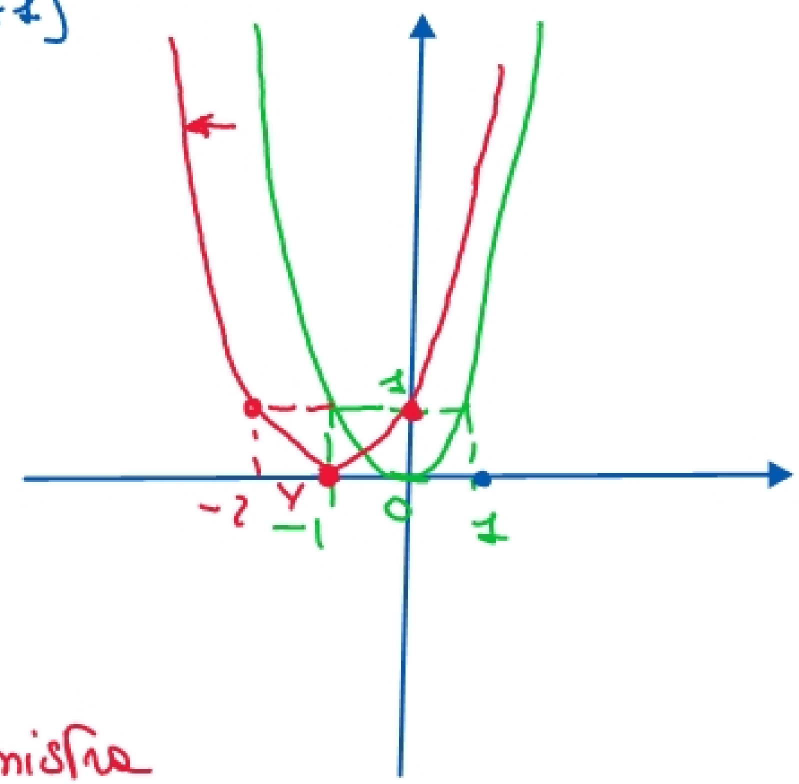
$y = f(x)$

$y = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

$y = f(x+1)$

$$\begin{cases} x_V = \dfrac{-2}{2} = -1 \\ y_V = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$



Traslazione verso sinistra

$V(0,0) \longrightarrow V_1(-1,0)$