PIANO CARTESIANO

Piano euclideo

Punto fisso O (*origine*)

2 rette distinte r , s passanti per O orientate e una unità di misura su ciascuna di esse

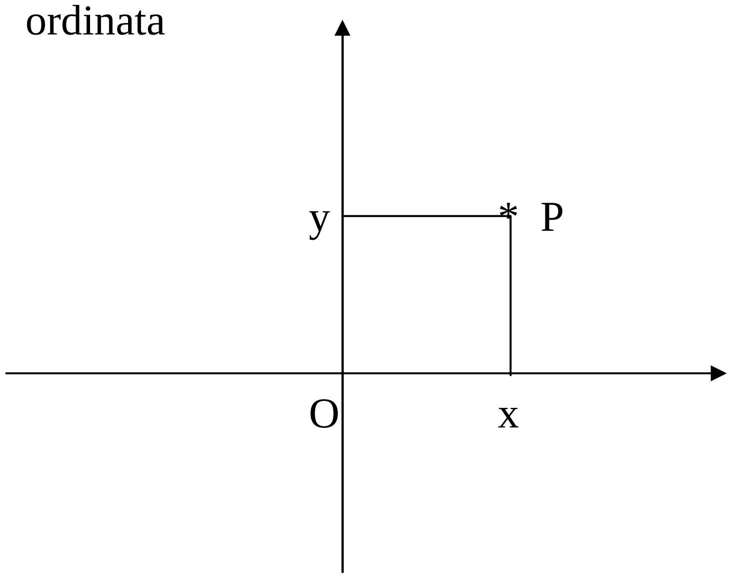
ORTOGONALE se l’angolo formato tra di esse è di 90°

un piano dotato di un sistema di riferimento cartesiano può essere messo in corrispondenza con il prodotto cartesiano R^2

P (x , y) punto del piano rappresentato dalla coppia di valori, dette *coordinate*

x → ascissa

y → ordinata



FORMULE DI BASE

DISTANZA FRA DUE PUNTI

$P(x_1, y_1)$

$Q(x_2, y_2)$

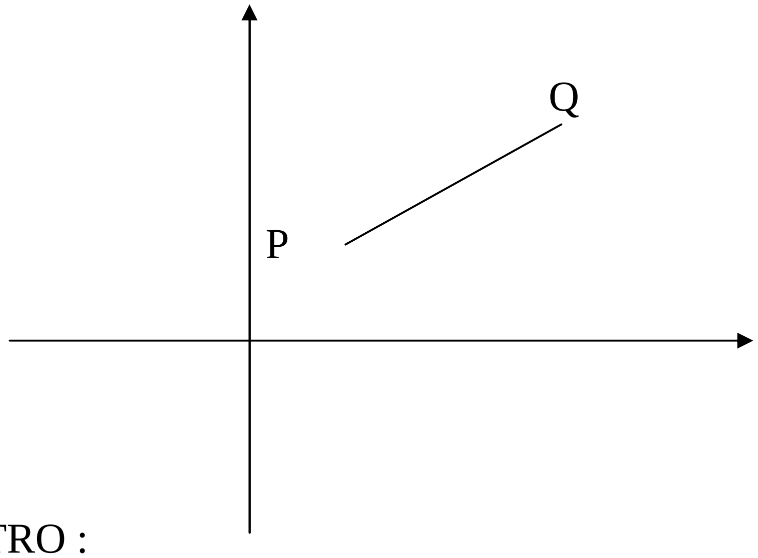
$$PQ=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO

$P(x_1, y_1)$

$Q(x_2, y_2)$

$$M:\begin{cases} x_M = \dfrac{x_1+x_2}{2} \\ y_M = \dfrac{y_1+y_2}{2} \end{cases}$$

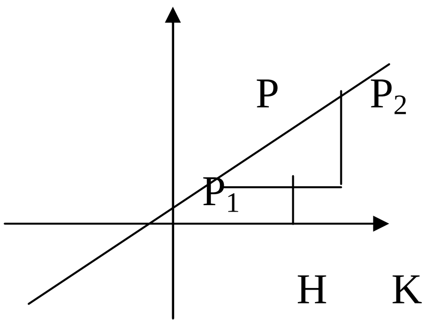


BARICENTRO :

Dati 3 punti $A(x_A,y_A)$ $B(x_B,y_B)$ $C(x_C,y_C)$ vertici di un triangolo :

$$G=\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases}$$

RETTA



$$P_1H : P_1K = PH : KP_2$$

$P_1\ (x_1, y_1)$ $\qquad\qquad$ $P_2\ (x_2, y_2\ )$

Equazione retta : $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

Forma implicita : $a\,x + b\,y + c = 0$

Forma esplicita: $y = m\,x + q$

m: coefficiente angolare $\qquad m = \text{tg}\ \alpha = -\ (\ a / b\ )$

q: termine noto o ordinata all'origine $\qquad q = -\ (\ c / b\ )$

PARALLELISMO

stesso coefficiente angolare

PERPENDICOLARITA’

Il coefficiente angolare dell’una è l’opposto-inverso (antireciprco) dell’altro

$$m_1 = -1/m_2$$

rette particolari

per l’origine	$y = m x$
bisettrice I-III quadrante	$y = x$
bisettrice II-IV quadrante	$y = - x$

FASCI DI RETTE

Proprio	rette a sostegno in un punto
Improprio	rette parallele tra loro

DISTANZA PUNTO-RETTA

Retta r: $ax+by+c=0$
Punto $P(x_P,y_P)$

Distanza punto-retta: $d(r,P) = \dfrac{|ax_P + by_P + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

CIRCONFERENZA

Luogo dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto *centro*, la distanza si chiama raggio

C := centro (α, β)

P : = punto generico (x, y)

R : = raggio

$$PC = R$$

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$$

$$x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y + \gamma = 0$$

$$\gamma = \alpha^2 + \beta^2 - R^2$$

Esplicitamento come funzione

$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$y = \sqrt{x^2 - R^2}$$

$$y = -\sqrt{x^2 - R^2}$$

ELLISSE

Fissati due punti F e F' del piano, detti *fuochi*, e un numero reale positivo 2a, con 2a>d(F,F'), si dice **ellisse** il luogo geometrico dei punti del piano per cui è costante (e uguale a 2a) la somma delle distanze dai fuochi.

Ellisse con asse maggiore sull'asse delle ascisse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

A_1A_2 asse maggiore = 2 a

B_1B_2 asse minore = 2 b

F_1F_2 distanza focale = 2 c

$$|a^2-b^2|=c^2$$

$F(\pm c,0)$

ECCENTRICITA' $e = c/a$

$e\in]0,1[$
e=1 schiacciamento a retta
e=0 circonferenza

RETTA TANGENTE (legge di sdoppiamento)

$P(x_P,y_P)$ punto appartenente all'ellisse

$$\frac{xx_P}{a^2}+\frac{yy_P}{b^2}=1$$

Ellisse con asse maggiore sull'asse delle ordinate

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

A_1A_2 asse maggiore = 2 b

B_1B_2 asse minore = 2 a

F_1F_2 distanza focale = 2 c

$$|a^2-b^2|=c^2$$

$F(0,\pm c)$

ECCENTRICITA' $e = c/a$ $e\in]0,1[$
e=1 schiacciamento a retta
e=0 circonferenza

RETTA TANGENTE (legge di sdoppiamento)

$P(x_P,y_P)$ punto appartenente all'ellisse

$$\frac{xx_P}{a^2}+\frac{yy_P}{b^2}=1$$

IPERBOLE

Fissati due punti F e F’ del piano, detti *fuochi*, e un numero reale positivo 2a, con 2a<d(F,F’), si dice **iperbole** il luogo geometrico dei punti del piano per cui è costante (e uguale a 2a) la differenza delle distanze dai fuochi.

Iperbole orizzontale, vertici sull’asse delle ascisse:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

A_1A_2 asse trasverso = 2 a

B_1B_2 asse non trasverso = 2 b

F_1F_2 distanza focale = 2 c

$$a^2+b^2=c^2$$

V(±a,0) F(±c,0)

Asintoti $y = \pm b/a\ x$

ECCENTRICITA’ $e = c/a$ $e\in]1+\infty [$

RETTA TANGENTE (legge di sdoppiamento)

$P(x_P,y_P)$ punto appartenente all’ellisse

$$\frac{xx_P}{a^2}-\frac{yy_P}{b^2}=1$$

iperbole verticale, vertici sull'asse delle ordinate

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$$
$$-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

A_1A_2 asse trasverso = 2 b

B_1B_2 asse non trasverso = 2 a

F_1F_2 distanza focale = 2 c

$$a^2+b^2=c^2$$

V(0,±b) F(0, ,±c)

Asintoti y = ±b/a x

ECCENTRICITA' e = c/a $e\in]1+\infty[$

RETTA TANGENTE (legge di sdoppiamento)

$P(x_P,y_P)$ punto appartenente all'ellisse

$$\frac{xx_P}{a^2}-\frac{yy_P}{b^2}=-1$$

iperbole equilatera

$$x^2 - y^2 = 1$$

asintoti   bisettrici dei quadranti

$$y = x$$

$$y = - x$$

rispetto gli assi coordinati

$$x\,y = k$$

PARABOLA

Fissata una retta r, detta *direttrice*, e un punto F$\notin$r, detto *fuoco*, si dice **parabola** il luogo geometrico dei punti del piano che hanno uguale distanza da F e da r.

Asse parallelo asse delle ordinate

$$y = ax^2 + bx + c$$

concavità a>0 verso positivo
a<0 verso negativo

vertice

$$(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$$

fuoco

$$(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2+1}{4a})$$

direttrice

$$y=\frac{4ac-b^2-1}{4a}$$

asse di simmetria

$$x=-\frac{b}{2a}$$

eccentricità

$$e=\frac{d(P,F)}{d(P,direttrice)}$$

[non è una funzione]

Asse parallelo asse delle ascisse

$$x = ay^2 + by + c$$

concavità a>0 verso destra
a<0 verso sinistra

vertice

$$\left(\frac{4ac - b^2}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$$

fuoco

$$\left(\frac{4ac - b^2 + 1}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$$

direttrice

$$x = \frac{4ac - b^2 - 1}{4a}$$

asse di simmetria

$$y = -\frac{b}{2a}$$

eccentricità

$$e = \frac{d(P,F)}{d(P, direttrice)}$$