# STUDIO DI FUNZIONE

$f : A \to B \qquad A, B \subseteq \mathbb{R}$

1. dominio di $f$ $(A)$ $\Rightarrow$ Ricordarsi
   - denominatore $\neq 0$
   - Radicando di $\sqrt[2n]{\ }$ (pari) $\geq 0$
   - argomento log $> 0$
   - argomento Tg $\neq \frac{\pi}{2} + k\pi$
   - argomento ctg $\neq K\pi$
   - esponenziale $a^x$ $a > 0, \neq 1$
   - argomento arcsen $\in [-1, 1]$
   - argomento arccos $\in [-1, 1]$

2. simmetrie e/o periodicità

   pari $f(x) = f(-x)$

   dispari $f(x) = -f(-x)$

   N.B. se il dominio è simmetrico rispetto all'origine

3. studio del segno

   $f(x) \geq 0$

4. eventuali punti di intersezione con gli assi coordinati

$\begin{cases} y = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$ lo ricavo dal segno (intersezione asse delle ascisse)

$\begin{cases} x = 0 \\ y = f(0) \end{cases}$ intersezione con l'asse delle ordinate

5. limiti agli estremi del dominio per i punti di accumulazione

$\Rightarrow$ asintoti (rette)

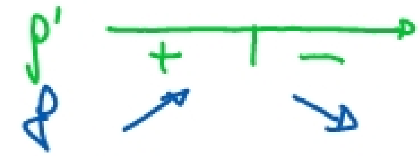
- verticale $x_0$ pt. di occ. $\lim_{x \to x_0} f(x) = \pm\infty$ $\quad x = x_0$
- orizzontale $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = l < \infty$
- obliquo $y = mx + q$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = m < \infty$$

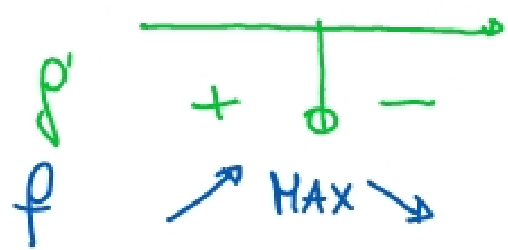
$$q = \lim_{x \to \infty} (f(x) - mx) < \infty$$

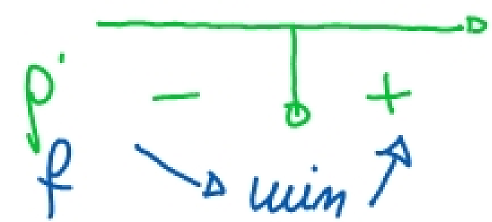
5. studio e calcolo della $f'(x)$

⇒ andamento di $f$




⇒ eventuali massimi e minimi

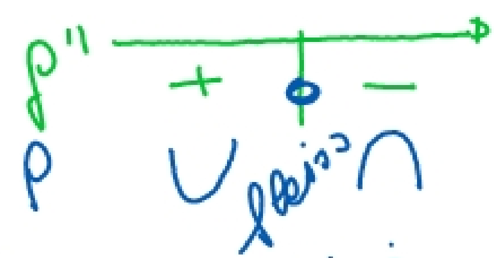



N.B. attenzione: pt. di non derivabilità o a tangenza orizzontale

6. calcolo e studio della $f''(x)$

⇒ concavità / convessità




⇒ eventuali flessi

N.B: il flesso esiste se nel suo intorno cambi il segno della $f''$

# ASINTOTO OBLIQUO

$$f(x) = h(x) + g(x) \quad \text{t.c.} \quad \lim_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = 0$$

$\Rightarrow$ $h(x)$ è curva asintotica per $f(x)$ a $(+\infty)$

es

$$y = \frac{x^2+x-1}{x} = x+1-\frac{1}{x} = \underbrace{(x+1)}_{\to +\infty} - \underbrace{\frac{1}{x}}_{\to 0}$$

$y = x+1$ è asintoto

$$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+x-1}{x^2} = 1$$

$$q = \lim_{x\to+\infty} \left(f(x) - mx\right) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+x-1}{x} - x\right) =$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+x-1-x^2}{x}\right) = 1$$

# FORMULE DI DERIVAZIONE

| FUNZIONE | DERIVATA |
| --- | --- |
| $y = cost$ | $y' = 0$ |
| $y = x^a$ | $y' = a x^{a-1}$ |

esempi:

| | |
| --- | --- |
| $y = x$ | $y' = 1$ |
| $y = 1/x$ | $y' = -1/x^2$ |
| $y = 1/x^n$ | $y' = -n/x^{n+1}$ |
| $y = \sqrt{x}$ | $y' = 1/2\sqrt{x}$ |
| $y = \sqrt[3]{x}$ | $y' = 1/3\sqrt[3]{x^2}$ |
| $y = 1/\sqrt{x}$ | $y' = -1/2\sqrt{x^3}$ |
| $y = 1/\sqrt[3]{x}$ | $y' = -1/3\sqrt[3]{x^4}$ |

| FUNZIONE | DERIVATA |
| --- | --- |
| $y = a^x \quad \begin{pmatrix} a>0 \\ a\neq 1 \end{pmatrix}$ | $y' = a^x \log_e a$ |
| $y = \log_a x \quad \begin{pmatrix} a>0 \\ a\neq 1 \end{pmatrix}$ | $y' = \frac{1}{x} \log_a e$ |
| $y = \operatorname{sen} x$ | $y' = \cos x$ |
| $y = \cos x$ | $y' = -\operatorname{sen} x$ |
| $y = \operatorname{tg} x$ | $y' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$ |
| $y = \operatorname{cotg} x$ | $y' = -\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} = -1 - \operatorname{ctg}^2 x$ |
| $y = \sec x$ | $y' = \sec x \cdot \operatorname{tg} x$ |
| $y = \operatorname{cosec} x$ | $y' = -\operatorname{cosec} x \cdot \operatorname{ctg} x$ |

FUNZIONE // DERIVATA

| | | |
|---|---|---|
| $y = \arcsen x$ | $y' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ | $\left(-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}\right)$ |
| $y = \arccos x$ | $y' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ | $(0 \leq y \leq \pi)$ |
| $y = \arctg x$ | $y' = \dfrac{1}{1+x^2}$ | |
| $y = \operatorname{senh} x$ | $y' = \cosh x$ | |
| $y = \cosh x$ | $y' = \operatorname{senh} x$ | |
| $y = \operatorname{Tanh} x$ | $y' = \dfrac{1}{(\cosh x)^2}$ | |

FUNZIONE // DERIVATA

| | | |
|---|---|---|
| $y = \operatorname{arcsenh} x$ | $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ | |
| $y = \operatorname{arccosh} x$ | $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ | $(y \geq 0)$ |
| $y = \operatorname{arctgh} x$ | $y' = \dfrac{1}{1-x^2}$ | $(-1 < x < 1)$ |

# REGOLE DI DERIVAZIONE

$y = f(x) + g(x)$ $\qquad$ $y' = f'(x) + g'(x)$

$y = f(x) \cdot g(x)$ $\qquad$ $y' = f'(x)\, g(x) + f(x)\, g'(x)$

$y = f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \ldots \cdot f_n(x)$ $\qquad$ $y' = f_1'(x)\, f_2(x) \ldots f_n(x) + f_1(x)\, f_2'(x) \ldots f_n(x) + \ldots + f_1(x)\, f_2(x) \ldots f_n'(x)$

$y = f(x)/g(x)$ $\qquad$ $y' = \dfrac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

$y = [f(x)]^{g(x)}$ $\qquad$ $y' = [f(x)]^{g(x)} \left( g(x) \cdot \dfrac{f'(x)}{f(x)} + g'(x) \log(f(x)) \right)$

$y = f[g(x)]$ $\qquad$ $y' = f'[g(x)] \cdot g'(x)$

se $y = f(x)$ e $x = g(y)$ sono funzioni una inversa dell'altra:

$f'(x) \cdot g'(y) = 1$ o anche $\dfrac{df}{dx} \cdot \dfrac{dg}{dy} = 1$